

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

# **Uma contribuição ao estudo do problema de mal condicionamento de redes elétricas de potência sob o ponto de vista de estabilidade de tensão**

**Autor: Eduardo David Meireles**

**Orientador: Prof. Dr. Carlos A. Castro**

**Co-orientador: Prof. Dr. Luiz C. P. Da Silva**

**Dissertação de Mestrado** apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: **Energia Elétrica**

Banca Examinadora

Prof. Dr. Carlos A. Castro.....DSEE/FEEC/UNICAMP  
Prof. Dr. José Luiz Rezende Pereira.....Fac. Engenharia/UFJF  
Prof. Dr. Carlos A. F. Murari.....DSEE/FEEC/UNICAMP  
Prof. Dr. Vivaldo F. da Costa.....DSCE/FEEC/UNICAMP

Campinas, SP

Maio/2005

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M478c      Meireles, Eduardo David  
Uma contribuição ao estudo do problema de mal  
condicionamento de redes elétricas de potência sob o ponto  
de vista de estabilidade de tensão. / Eduardo David  
Meireles. --Campinas, SP: [s.n.], 2005.

Orientadores: Carlos Alberto de Castro Junior, Luiz  
Carlos Pereira da Silva  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Sistemas de energia elétrica - Estabilidade. 2. Newton-  
Raphson - Método. 3. Otimização matemática. I. Castro  
Junior, Carlos Alberto de. II. Silva, Luiz Carlos Pereira da.  
III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Titulo em Inglês: A contribution to the study of ill-conditioned systems from the voltage  
stability problem standpoint.

Palavras-chave em Inglês: Power systems Stability, Newton-Raphson Method e  
Mathematical Optimization

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: José Luiz Rezende Pereira, Carlos Alberto Favarin Murari e Vivaldo  
Fernando da Costa

Data da defesa: 31/05/2005

*Aos meus pais*

# **Índice**

Resumo .....	v
Abstract.....	vi
<b>Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1 Apresentação do problema .....	2
1.2 Redes mal condicionadas.....	5
<b>Método da continuação .....</b>	<b>9</b>
2.1 Curvas PV .....	10
2.2 Modelo matemático do método .....	11
2.3 Processo iterativo básico do método .....	12
2.4 Resultados.....	13
2.4.1 Redes utilizadas em [3].....	14
2.4.2 Rede de 11 barras e 12 ramos [2].....	20
2.4.3 Rede de 11 barras e 11 ramos (Apêndice A).....	22
<b>Método da otimização de passo .....</b>	<b>26</b>
3.1 Análise matemática do método .....	27
3.2 Processo iterativo básico do método .....	29
3.3 Considerações .....	30
3.4 Resultados.....	30

3.4.1 Rede de 11 barras e 12 ramos [2].....	31
3.4.3 Rede de 11 barras e 11 ramos (Apêndice A).....	45
<b>O método da otimização de passo e o cálculo de margem de segurança ao colapso de tensão .....</b>	<b>52</b>
4.1 Margem de segurança ao colapso de tensão [20] .....	53
4.2 O método da otimização de passo e a região inactível.....	55
4.3 O cálculo da margem de segurança baseado em análise de sensibilidades .....	60
4.4 Um método aperfeiçoado para o cálculo da margem de segurança .....	63
<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>71</b>
<b>Apêndice A .....</b>	<b>74</b>
<b>Descrição da rede de 11 barras e 11 ramos .....</b>	<b>74</b>

## Resumo

A literatura técnica registra uma série de metodologias propostas para a obtenção do estado de operação das chamadas *redes mal condicionadas*, ou seja, redes cujos modelos resultam em sistemas de equações de difícil resolução [1, 2].

Estas metodologias mostraram-se úteis também em situações em que a operação da rede é infactível, ou seja, situações em que o sistema de equações que representa a rede não apresenta soluções. Nestes casos, os métodos de resolução do problema de fluxo de carga convencionais divergem, não oferecendo informações úteis sobre a rede. Já as metodologias específicas para redes mal condicionadas oferecem, mesmo na situação de divergência, informações que podem ser úteis no sentido de apontar suas possíveis causas.

Recentemente, foi levantada a possibilidade de que estas supostas redes mal condicionadas não existissem de fato, mas estivessem simplesmente operando em torno do seu *limite de estabilidade de tensão* [3], ou seja, o mal condicionamento seria resultado de problemas de estabilidade de tensão e não do mal condicionamento propriamente dito. De acordo com [3], após uma série de simulações não foram encontradas situações em que a rede fosse mal condicionada e estivesse operando em condições normais de operação no que diz respeito à estabilidade de tensão. Os testes mostrados em [3] foram realizados utilizando-se o fluxo de carga da continuação [4].

O objetivo deste trabalho é realizar alguns testes para analisar e discutir as conclusões de [3]. Para isso, algumas simulações adicionais foram realizadas para redes teste mal condicionadas apresentadas em [2], dentre outras. As conclusões deste trabalho apontam para a importância de se continuar a pesquisa para o desenvolvimento de métodos para a resolução de sistemas mal condicionados.

## **Abstract**

A number of methods for computing the operating state of the so-called ill-conditioned systems can be found in the literature. A power system is called ill-conditioned if its model results in a set of equations for which the resolution presents numerical difficulties [1, 2].

Those methods also showed to be useful tools in situations where the operation is unfeasible, that is, situations in which the set of equations that represents the network do not present any solution. In these cases the conventional load flow methods diverge and do not provide any useful information about the system operating condition. On the other hand, specific load flow methods for ill-conditioned systems do provide such information, even in divergence situations, and the possible causes of the numerical problems may be inferred.

Recently, the possibility that the alleged ill-conditioned systems are in fact systems operating close to or beyond their voltage stability limit was discussed [3]. Therefore, the ill-conditioning would be the result of voltage stability problems rather than ill-conditioning itself. According to [3], after a number of simulations no situations were found such that the system was indeed ill-conditioned and was operating in normal condition as far as voltage stability is concerned. The tests carried out in [3] used continuation load method [4].

The main goal of this work is to carry out some simulation tests to analyze and discuss the conclusion presented in [3]. Also, some additional simulations were done for other ill-conditioned systems shown in [2], among others. The conclusions of this work point towards the importance of a continuing effort in the development of efficient methods for solving ill-conditioned systems.

# Capítulo 1

## Introdução

A busca por métodos para resolver e analisar sistemas elétricos de potência é tão antiga quanto os próprios sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica em corrente alternada. A dificuldade em desenvolvê-los esbarra na complexidade das equações resultantes do modelo físico destes sistemas, que em geral não possuem solução analítica.

Por isso mesmo, depois de quase um século de estudos e pesquisas, e contando com ferramentas tão poderosas como os computadores atuais, os métodos para análise de sistemas elétricos de potencia ainda são objetos de estudo para inúmeros pesquisadores, principalmente para aqueles determinados a analisar as chamadas redes mal condicionadas, que serão definidas adiante.



## 1.1 Apresentação do problema

Um sistema elétrico de potência pode ser modelado através do seguinte sistema de equações:

$$g(x, u, p) = 0 \quad (1.1)$$

em que  $x$  é o vetor das tensões nodais, incluindo as magnitudes  $V$  e ângulos de fase  $\theta$ ,  $u$  é o vetor das variáveis de controle e  $p$  é o vetor de parâmetros, como as injeções de potência ativa e reativa nas barras de carga, gerações de potência ativa nas barras de geração e as magnitudes das tensões em barras de geração. O vetor  $g$  corresponde às equações de *mismatches* de potência nodais:

$$\Delta P = P^{esp} - P(V, \theta), \quad \text{para as barras de geração e carga} \quad (1.2)$$

$$\Delta Q = Q^{esp} - Q(V, \theta), \quad \text{apenas para as barras de carga} \quad (1.3)$$

em que  $\Delta P$  e  $\Delta Q$  são os *mismatches* de potência ativa e reativa respectivamente. As injeções de potência especificadas são  $P^{esp}$  e  $Q^{esp}$ , que representam a diferença entre geração e carga em cada barra. As expressões de  $P(V, \theta)$  e  $Q(V, \theta)$  são dadas por:

$$P_k(V, \theta) = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (1.4)$$

$$Q_k(V, \theta) = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (1.5)$$

para cada uma das  $k$  barras da rede, onde  $n$  representa o número de barras da rede, e  $G$  e  $B$  representam, respectivamente, as partes ativa e reativa da matriz admitância, que depende da topologia da rede.

As equações acima correspondem a um conjunto de equações algébricas não lineares e podem ser resolvidas por vários métodos, conforme mostrado em [17]. Desde que foi proposto em [18], o método de Newton tem sido adotado de forma quase unânime, graças às suas

características de robustez e eficiência. O método de Newton corresponde a um procedimento iterativo em que o problema é linearizado sucessivamente. Em cada iteração a seguinte equação é resolvida:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

e correções no estado da rede  $\Delta \theta$  e  $\Delta V$  são obtidas.  $J$  é a *matriz Jacobiana*, cujos termos representam as sensibilidades entre as potências e as tensões nodais. O processo de resolução repetida de (1.6) é normalmente chamado de *resolução do problema de fluxo de carga*.

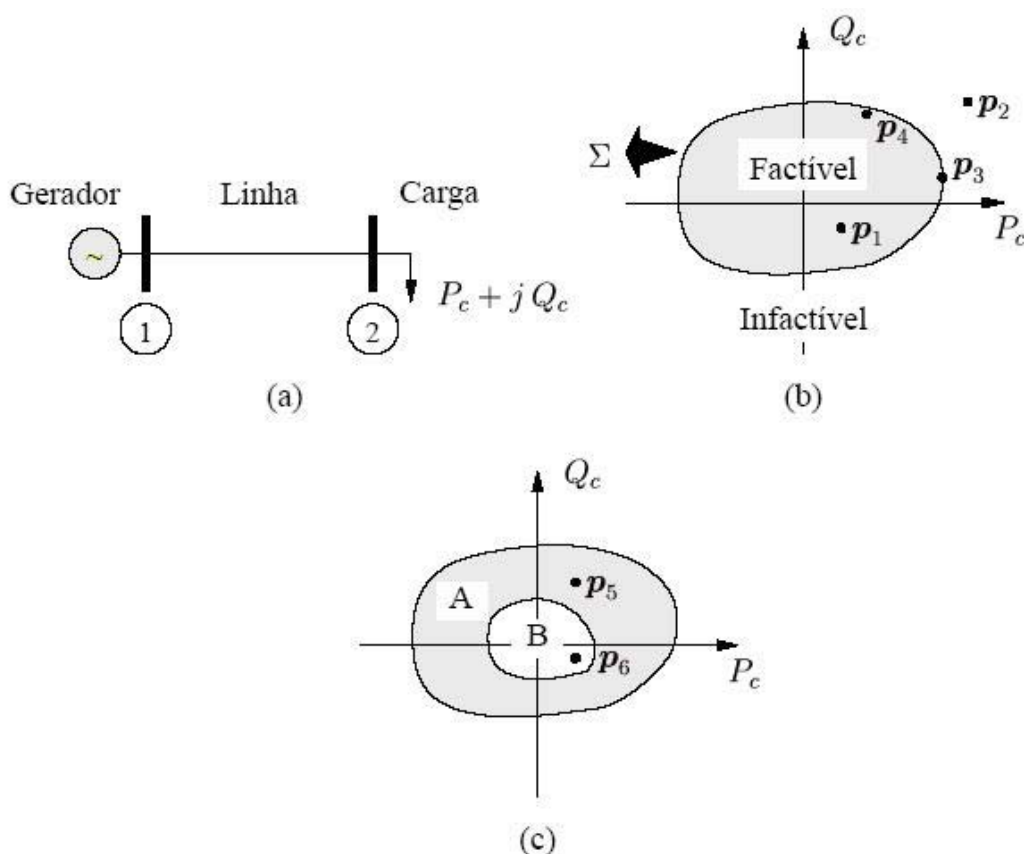
A figura 1.1(a) mostra uma rede elétrica composta por uma barra de geração e uma barra de carga conectadas por uma linha de transmissão. A figura 1.1(b) mostra o espaço composto pelos parâmetros correspondentes às potências ativa e reativa consumidas na barra de carga. O espaço de parâmetros pode ser dividido em duas regiões:

- *Região factível*: neste caso, os parâmetros são tais que existe solução para o sistema de equações (1.1);
- *Região infactível*: os parâmetros são tais que não há solução para o sistema de equações (1.1).

O ponto  $\mathbf{p}_1$  está na região factível. Portanto, corresponde a um nível de carga tal que a operação da rede é possível. Neste caso, há solução para as equações (1.2 e 1.3) e o processo iterativo de Newton converge para essa solução. O ponto  $\mathbf{p}_2$  está na região infactível, ou seja, não é possível operar a rede com esse nível de carregamento, e o processo iterativo diverge.

O ponto  $\mathbf{p}_3$  está na fronteira entre as regiões factível e infactível, representada por  $\Sigma$ . Neste ponto a matriz Jacobiana é singular, e, portanto o processo de resolução do fluxo de carga

não converge. O ponto  $\mathbf{p}_4$  está na região factível, portanto, a operação da rede é possível. No entanto, ele está bastante próximo da fronteira de factibilidade  $\Sigma$ , o que pode implicar em problemas numéricos para a resolução do fluxo de carga, devido a problemas de condicionamento na matriz Jacobiana, como será discutido adiante.



**Figura 1.1: (a) Rede exemplo; (b) Espaço de parâmetros I; (c) Espaço de parâmetros II;**

A figura 1.1(c) mostra que a região factível por sua vez pode ser dividida em duas regiões:

- **A**: a operação da rede é possível porém alguns limites operacionais são violados. Por exemplo, é possível que as tensões nodais estejam abaixo de um limite mínimo que garanta a qualidade do fornecimento de energia à rede. O ponto  $\mathbf{p}_5$  está nesta região;

- **B**: a operação da rede é possível e todos os limites operacionais são respeitados. O ponto  $p_6$  está nesta região.

A figura 1.2 mostra a chamada *curva PV* para a barra de carga. Mostra-se a magnitude da tensão na barra de carga em função do carregamento da rede. Os diversos pontos de operação e regiões que aparecem na figura 1.1 são novamente mostrados. O ponto  $p_3$  corresponde ao *ponto de máximo carregamento* da rede. Este ponto também corresponde ao *limite de estabilidade de tensão*, ou seja, para carregamentos maiores a rede sofrerá de problemas de instabilidade de tensão o que poderá levar ao colapso de tensão e possível blecaute.

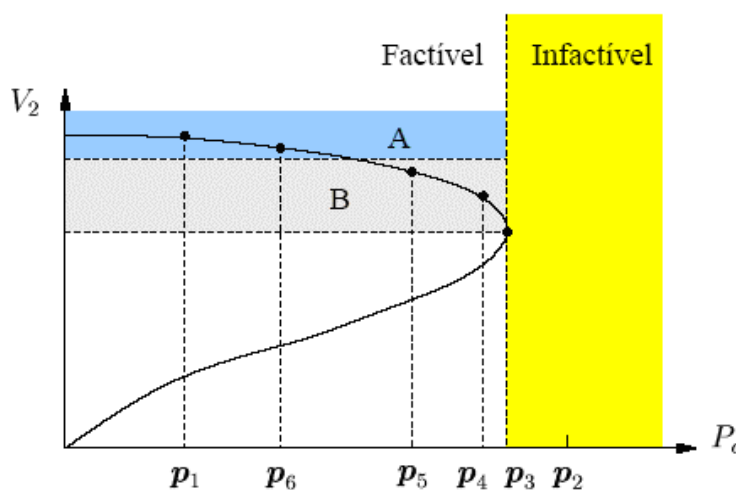


Figura 1.2: Curva PV

## 1.2 Redes mal condicionadas

Em [2], são chamadas redes *mal condicionadas* todas aquelas que, com carregamento dentro da região factível, não têm solução utilizando o fluxo de carga convencional. Essa denominação é dada tanto a redes próximas ao limite de estabilidade de tensão ( $p_4$ ) quanto para redes longe deste ( $p_1$ ), desde que apresentem problemas de convergência durante o processo iterativo. Constatamos na literatura duas possíveis abordagens para o problema: o *método da continuação* [4] e o *método da otimização de passo* [2]. Ambos serão discutidos com detalhe adiante.

Em [3], no entanto, o autor chama a atenção para a definição matemática de mal condicionamento. De acordo com [8], a matriz é considerada mal condicionada se o seu *condition number* for suficientemente grande. O *condition number* corresponde à relação entre o maior e o menor autovalores da matriz  $J$  [3,8]:

$$\text{condition number} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \quad (1.7)$$

No problema de fluxo de carga, a matriz de interesse é a Jacobiana. Como um valor alto de *condition number* está associado a pequenos valores singulares e/ou autovalores, e o colapso de tensão está associado a pequenos autovalores, o autor afirma que o mal condicionamento é um problema de estabilidade de tensão.

Nesse mesmo artigo, são feitos testes com redes consideradas mal condicionadas na literatura [6,19], utilizando o método da continuação para verificar qual o seu ponto de carregamento máximo. Os resultados mostram que os problemas estão ligados à não existência de solução (infactibilidade) ou à operação próxima do limite de estabilidade de tensão. Estes testes foram reproduzidos e serão apresentados no próximo capítulo.

Em seguida são feitas demonstrações matemáticas para mostrar que a matriz Jacobiana só pode apresentar altos valores de *condition number* próximo ao ponto de carregamento máximo. Baseado na demonstração e nos resultados, o autor chega a duas conclusões:

- as técnicas de estabilidade de tensão (que correspondem a traçar curvas PV usando o método da continuação) deveriam ser usadas na análise de redes mal condicionadas, dada a grande quantidade de informação que oferecem sobre o sistema.
- não é proveitosa a pesquisa de novos algoritmos dedicados a solução de redes mal condicionadas, já que são essencialmente problemas de estabilidade de tensão.

A primeira conclusão é absolutamente válida, dado que através das curvas PV temos a exata noção de qual a região de factibilidade da rede. Porém, testes realizados com a rede de 11 barras mostrada em [2], que serão apresentados nos próximos capítulos, mostram que a análise de curvas PV e *condition number* não são suficientes para explicar o comportamento de todas as redes.

Foram feitos testes com esta rede utilizando o método de Newton convencional e este não foi capaz de encontrar a solução da rede para pontos factíveis bem distantes do limite de carregamento da rede. Variando um pouco a carga, obtiveram-se situações em que o método de Newton convencional encontrou uma solução sem significado físico, partindo de valores padrão (*flat start*). Além disso, o método mostrou-se muito sensível aos valores iniciais usados, como será mostrado adiante.

Será mostrado ainda que as dificuldades encontradas pelo fluxo de carga convencional não têm nenhuma relação com o *condition number*, visto que este só assumia altos valores nos pontos próximos ao carregamento máximo.

Utilizando o método da *otimização de passo* descrito em [2], no entanto, os resultados obtidos foram sempre correspondentes à solução estável da rede, independente dos valores iniciais de tensão utilizados, do carregamento, e da distância deste do ponto de colapso de tensão. Assim, o método mostrou-se mais robusto que o método de Newton convencional, exigindo apenas um pequeno esforço computacional adicional.

Neste trabalho, será mostrada de forma detalhada, para três diferentes casos de carregamento, a atuação do *multiplicador ótimo de passo*, durante cada etapa do processo iterativo, mostrando sua influência em cada uma das variáveis importantes do processo, a cada iteração. Serão mostrados ainda testes com pequenas modificações no modelo da rede com o intuito de deixá-la mais realista.

Será estudada também uma nova rede, apresentada no anexo A, onde tanto o método de [2] quanto o convencional apresentam resultados insatisfatórios para a rede da forma como está modelada, e os motivos para isto serão investigados e analisados.

Por fim, serão apresentados métodos para o cálculo da margem de segurança ao colapso de tensão, que utilizam a otimização de passo como uma de suas ferramentas básicas, mostrando a versatilidade e importância do método.

Todos os resultados obtidos neste trabalho na verdade apontam para a importância de utilizar o multiplicador ótimo na resolução de problemas de fluxo de carga e para a necessidade de novas pesquisas no sentido de aprimorar os métodos de resolução de redes mal condicionadas.

## Capítulo 2

### Método da continuação

O método da continuação é uma das abordagens utilizadas para se tratar o problema do mal condicionamento. Em [3], é considerado a ferramenta definitiva para tratar este problema, sobrepondo-se aos outros métodos. O método é tão enaltecido que se chega à conclusão que a pesquisa de novos métodos é desnecessária e injustificada.

Neste capítulo, será feita uma análise matemática do método, mostrando as equações nas quais se baseia, onde será evidenciado porque este é imune ao mal condicionamento da matriz Jacobiana, tornando-o perfeito para análise de redes mal condicionadas. Será também discutida a análise de curvas PV, ferramentas poderosas e um dos alicerces do método da continuação.

Ainda neste capítulo, iremos reproduzir todos os testes realizados em [3] e será verificado que nestes casos o método da continuação consegue encontrar sem problema a solução exata para as redes, esclarecendo os problemas destas sem a ajuda de qualquer outro método. No entanto, apresentaremos resultados de simulações com outras redes para os quais o uso do método da continuação não é suficiente para explicar as dificuldades enfrentadas pelo método de Newton convencional.



## 2.1 Curvas PV

A curva PV de uma determinada barra, como foi mostrado no capítulo 1, permite-nos analisar a variação da tensão nesta barra em função do carregamento da rede. Através dela podemos verificar facilmente qual o ponto de carregamento máximo da rede (também chamado de *nose point*).

Um carregamento maior que o máximo leva com certeza à infactibilidade e nesta condição o método de Newton convencional irá certamente divergir, daí a importância da análise da curva PV ao tratarmos o mal condicionamento.

O método da continuação é considerado o mais eficiente para traçar curvas PV em sistemas de potência. Uma característica importante deste método é que ele é capaz de obter soluções na vizinhança e no ponto de máximo carregamento. Isto ocorre porque no método é utilizada uma matriz Jacobiana modificada, tornando bem condicionado o sistema de equações a ser resolvido. Logo, o método é de certa forma imune ao problema de mal condicionamento da matriz Jacobiana original na vizinhança do ponto de carregamento máximo. Isto traz duas implicações:

- Como o método utiliza uma matriz Jacobiana diferente e bem condicionada, pode ser considerado uma ferramenta fundamental no tratamento de problemas de mal condicionamento.
- Testes simples podem ser feitos para analisar sistemas cujo mal condicionamento é causado devido ao excesso de carga.

## 2.2 Modelo matemático do método

De acordo com [3], o método da continuação é baseado nas equações do método de Newton para fluxo de carga, porém inserindo nas equações o fator de carregamento  $\lambda$  :

$$\begin{aligned}\lambda P^{esp} - P(\theta, V) &= 0 \\ \lambda Q^{esp} - Q(\theta, V) &= 0\end{aligned}\tag{2.1}$$

Verifica-se que em (2.1) o fator de carregamento  $\lambda$  multiplica as potências especificadas, ou seja, o balanço de potência ativa e reativa nas barras de carga e o balanço de potência ativa nas barras de geração.

Tratando  $\lambda$  como uma variável desconhecida e a magnitude de tensão de uma barra PQ pré-selecionada como variável conhecida, podemos linearizar as equações acima obtendo as seguintes equações de fluxo de carga:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N' & -P^{esp} \\ M & L' & -Q^{esp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V' \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = J_v \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V' \\ \Delta \lambda \end{bmatrix}\tag{2.2}$$

onde  $J_v$  representa, neste caso, a matriz Jacobiana expandida. O vetor  $\Delta V'$  não contém o elemento  $\Delta V_k$  correspondente à barra PQ pré-selecionada, o qual é substituído por  $\Delta \lambda$ . Conseqüentemente, os elementos da coluna  $k$  das matrizes  $N'$  e  $L'$  passam a ser derivadas das potências em relação a  $\lambda$ .

Essas modificações alteram o *condition number* da matriz Jacobiana, e por isso ela deixa de ser singular no ponto de máximo carregamento, o que facilita bastante os cálculos para pontos de operação próximos a este ponto.

Como o fator de carregamento neste caso é uma variável desconhecida, o procedimento a ser realizado é variar a tensão na barra  $k$  e encontrar o estado do sistema para cada valor de  $V_k$ . O estado é obtido de forma iterativa, assim como no método de Newton convencional, só que se usando a matriz Jacobiana expandida.

Ao utilizar este método, no entanto, deve-se tomar um cuidado especial ao se escolher a barra  $k$ , garantindo que ela tenha uma ampla variação de tensão, caso contrário o método não é capaz de traçar as curvas PV de todas as barras da rede por completo. Isto será discutido na próxima seção.

## 2.3 Processo iterativo básico do método

1. Calcula-se o estado da rede utilizando o método de Newton convencional. Deve-se utilizar um baixo valor de carregamento, pois este será o ponto de partida para se traçar a curva e também para garantir que o ponto de carregamento máximo ainda não tenha sido atingido.
2. Após obter o estado da rede utilizando o método de Newton convencional seleciona-se a barra PQ com maior valor de magnitude de tensão como barra de referência para o método da continuação. Durante o processo iterativo, este valor de tensão será tratado como conhecido e o valor do fator de carregamento como desconhecido.
3. Calcula-se o primeiro ponto da curva utilizando-se a matriz Jacobiana modificada, tendo o valor de tensão da barra PQ de referência como dado de entrada. Após o fim do processo iterativo, o valor de carregamento utilizado no passo 1 será encontrado juntamente com o estado da rede.

4. Diminua o valor da tensão na barra PQ de referência. Para conseguir uma curva com melhor definição, o foi decrescido 0,01 pu a cada iteração. (Se o valor encontrado no passo 1 corresponder à solução instável, este valor deverá ser acrescido ao valor de tensão da barra de referência para que se trace o *nose point* da curva PV)
5. Realiza-se novamente o processo iterativo e encontra-se o próximo ponto, utilizando o estado encontrado no passo 3 como valor inicial nas iterações. Volta para o passo 4. Quando o valor encontrado para o carregamento atingir zero, o processo é interrompido (pois um carregamento negativo não tem significado físico)

Obs: Caso o processo iterativo divirja no passo 3, volte ao passo 1 e utilize um menor fator de carregamento. Depois repita o passo 2. Possivelmente a barra PQ com maior magnitude de tensão será outra. Para evitar o problema, utilize um fator de carregamento próximo de zero no passo 1 (0,1 por exemplo). Se o problema persistir, escolha outra barra PQ com alto valor de tensão, até encontrar uma que seja adequada, heurísticamente.

## 2.4 Resultados

Nesta seção, iremos primeiramente apresentar e analisar os testes que foram realizados em [3] e que serão reproduzidos na seção 2.3.1. Assim como quando foram apresentadas originalmente, foi constatado aqui que o comportamento das redes pode, de fato, ser inteiramente compreendido utilizando o método da continuação.

Depois serão apresentados testes com a rede de 11 barras e 12 ramos apresentada em [2] (seção 2.3.2). Na análise desta rede, diferentemente das anteriores, a análise da curva PV não explica o mau desempenho do método de Newton convencional, portanto o método da continuação não pode ser considerado como ferramenta definitiva para sua análise e total compreensão.

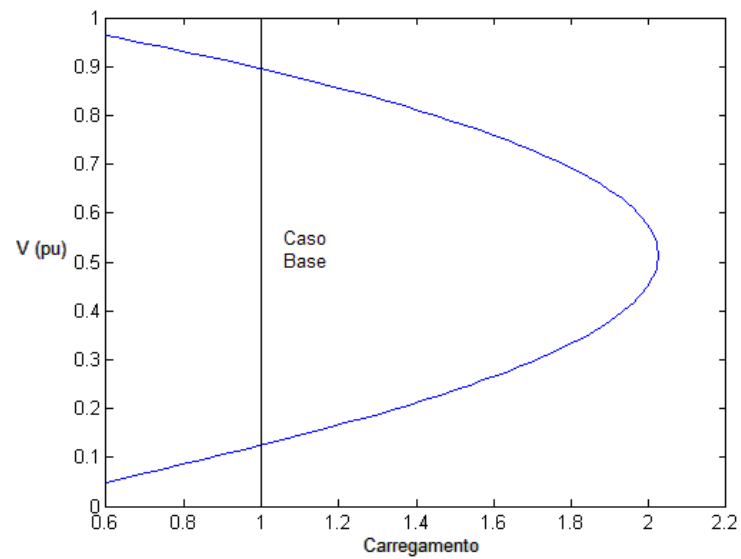
Por fim, serão apresentados testes com a rede de 11 barras e 11 ramos (seção 2.3.3), cujos dados estão no Apêndice A. Nesta rede, assim como na anterior, a análise utilizando o método da continuação não esclarecerá completamente o comportamento da rede, como será mostrado.

### 2.4.1 Redes utilizadas em [3]

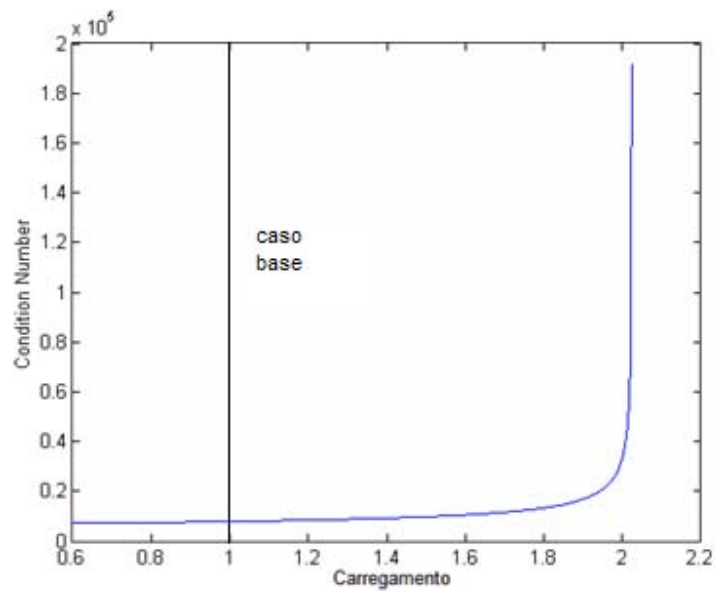
As curvas a seguir foram obtidas utilizando as mesmas redes que foram usadas em [3] com o objetivo de demonstrar que o método da continuação, tal como foi utilizado, era suficiente para explicar qualquer rede mal condicionada. Analisamos cada uma das redes utilizando o método da continuação e foi observado o seguinte:

- 30 barras: quando foi apresentada em [19], esta rede foi considerada mal condicionada pois o fluxo de carga não convergia após 50 iterações com o método de Newton convencional. Ao construirmos a curva PV com o método da continuação, no entanto, observamos que o caso base está longe do carregamento máximo, como se verifica na figura 2.1(a). Foram feitos também testes com o método de Newton tradicional para vários valores de carregamento, onde os valores do *condition number* da matriz Jacobiana para cada um destes carregamentos foi plotado na figura 2.1(b). O método de Newton convergiu em 3 iterações para o caso base e o *condition number* se mantém baixo nesta região. O mal condicionamento encontrado em [19] deve estar relacionado a outros problemas numéricos, como valores iniciais inadequados.
- 11 barras: neste caso constatou-se que a rede não converge no caso base. Porém, foi constatado que o carregamento máximo ocorre quando  $\lambda = 0,998$ , como se observa na figura 2.2(a). Na figura 2.2(b), nota-se que o aumento do *condition number* da matriz Jacobiana do Newton tradicional coincide com o carregamento máximo da curva PV.

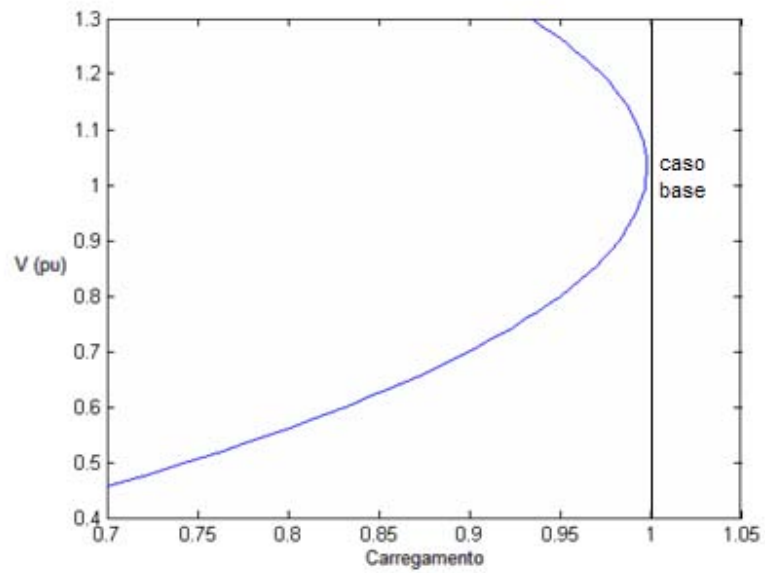
Portanto, no caso base, com fator de carregamento unitário, a rede é simplesmente infactível, não havendo mal condicionamento.



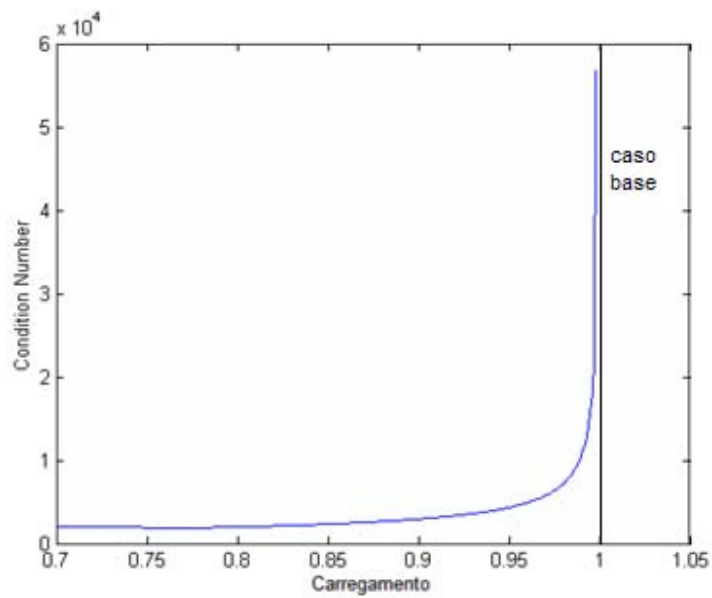
**Figura 2.1(a): curva PV da rede de 30 barras**



**Figura 2.1(b): evolução do *condition number* para a rede de 30 barras**



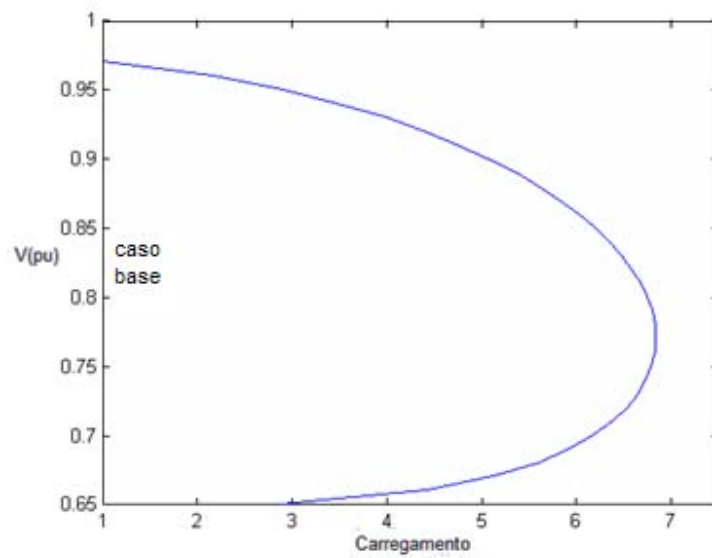
**Figura 2.2(a): Curva PV para a rede de 11 barras**



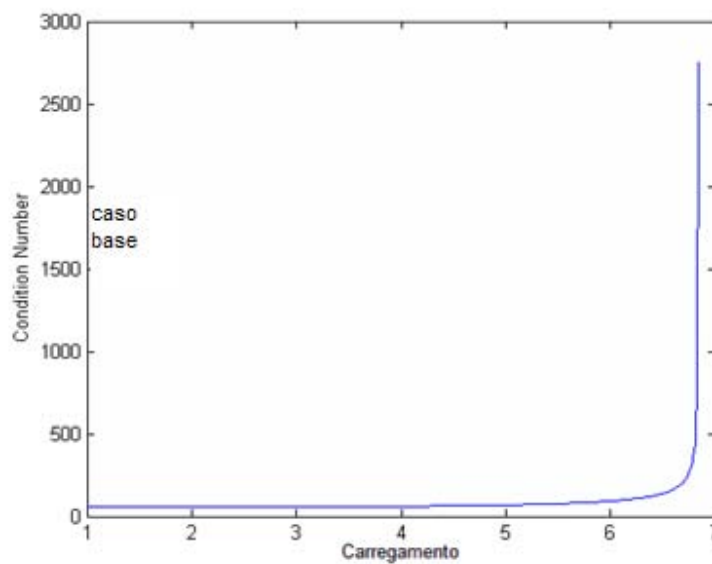
**Figura 2.2(b): Evolução do *condition number* para a rede de 11 barras**

- 13 barras: esta rede contém 3 transformadores, 3 geradores e 3 condensadores e em [6] é considerada mal condicionada, pois o método de Newton não converge para o caso base. Porém, analisando os dados da rede apresentados em [6], foram encontrados erros: os autores usam valores de *tap* de 0,05, 0,1 e 0,1 para os três transformadores. Quando os valores de *tap* são alterados para 1,05, 1,1 e 1,1 o método de Newton converge em 4 iterações. As figuras 2.3(a) e 2.3(b) mostram que o *nose point* ocorre com carregamento bem superior ao do caso base e que o *condition number* se mantém baixo até o carregamento máximo. Sendo assim, os valores incorretos dos *taps* foram considerados a única causa para a divergência do método de Newton em [6].
- 69 barras: assim como a rede de 30 barras analisada anteriormente, esta também é apresentada em [19] como mal condicionada. Porém, assim como na análise da rede de 30 barras, a curva PV (figura 2.4(a)) e a evolução do *condition number* da matriz Jacobiana original (figura 2.4(b)) nos mostram que não existe mal condicionamento próximo ao caso base. O método de Newton converge em 4 iterações no caso base, de modo que fica claro que esta não pode ser considerada mal condicionada.

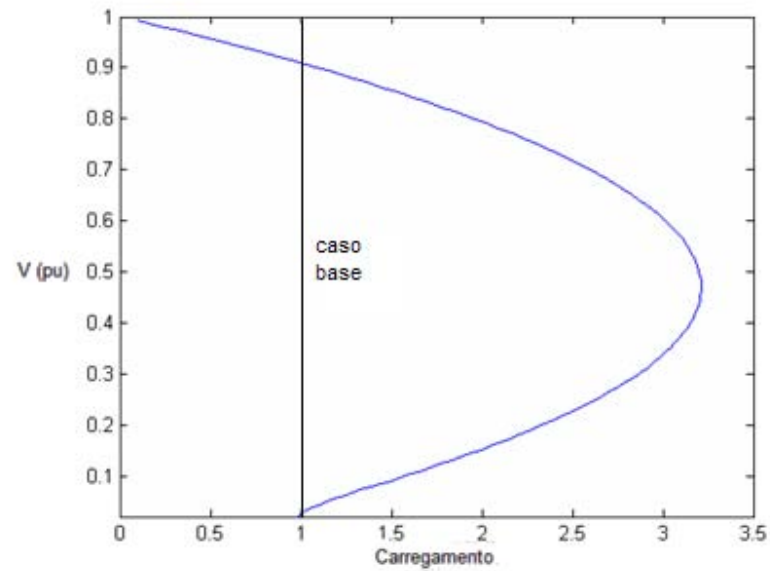




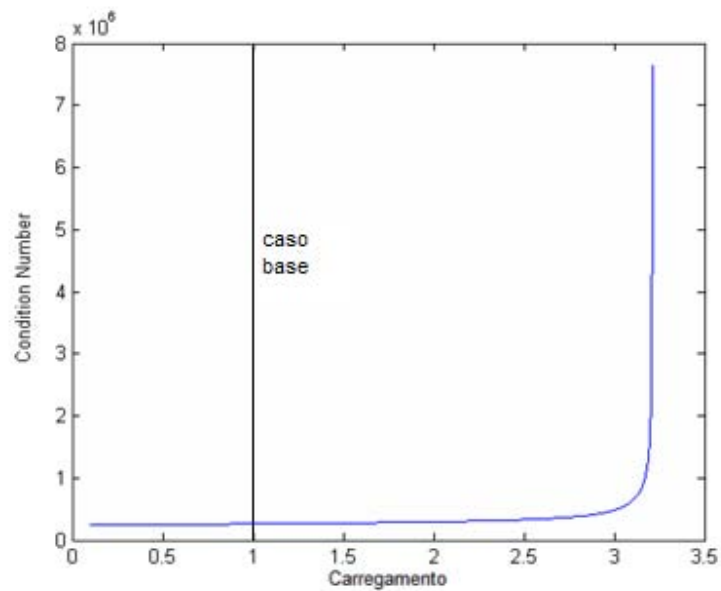
**Figura 2.3(a):** Curva PV para a rede de 13 barras



**Figura 2.3(b):** Evolução do *condition number* para a rede de 13 barras



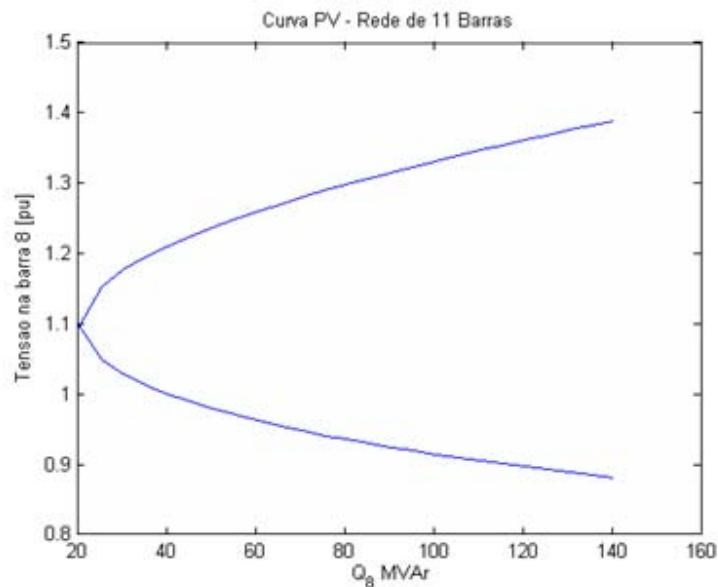
**Figura 2.4(a): Curva PV para rede de 69 barras**



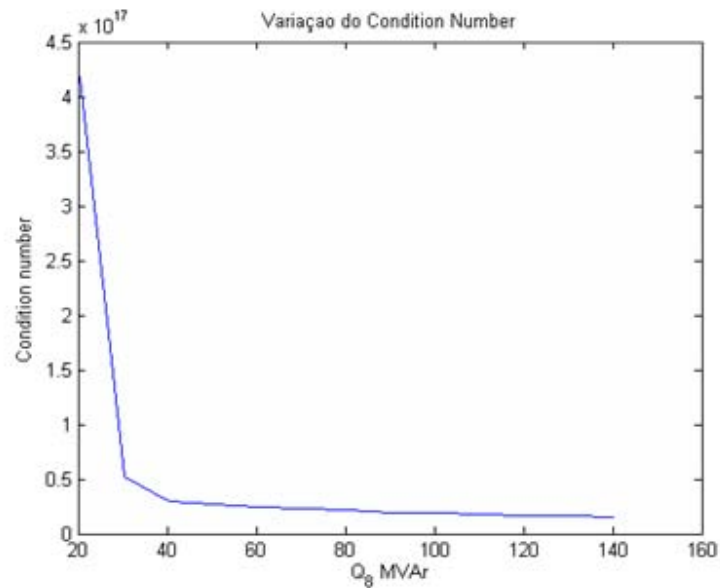
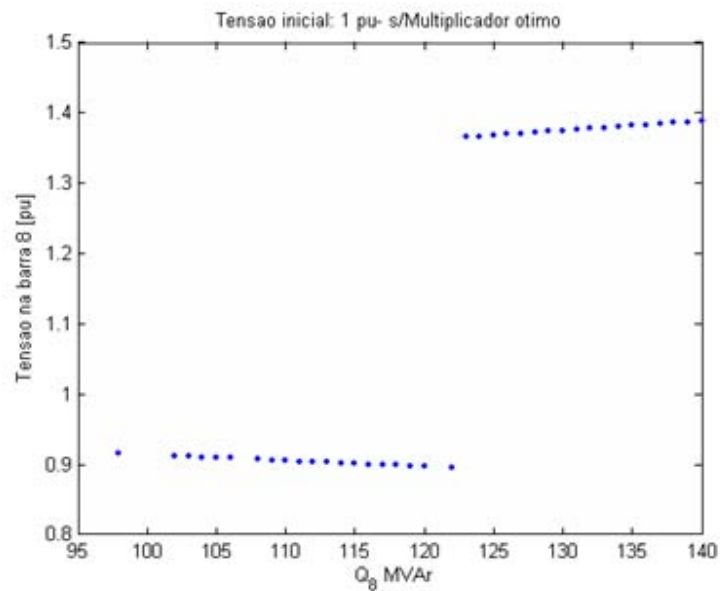
**Figura 2.4(b): Evolução do *condition number* para a rede de 69 barras**

### 2.4.2 Rede de 11 barras e 12 ramos [2]

Para esta rede variou-se a injeção de potência reativa na barra 8 numa faixa compatível com a descrição realizada em [2]. A figura 2.5(a) mostra a curva PV da rede traçada com o método da continuação com pequenas alterações para que variasse apenas a potência reativa da barra 8. A figura 2.5(b) nos mostra a evolução do *condition number* traçado utilizando o método de Newton com otimização de passo, que será analisado no próximo capítulo, e a figura 2.5(c) nos mostra os resultados obtidos com o Newton convencional para a rede.



**Figura 2.5(a): Curva PV**

**Figura 2.5(b): Evolução do *condition number*****Figura 2.5(c): Resultados do método de Newton convencional**

Analisando a curva PV e a evolução do *condition number* desta rede (figuras 2.5(a) e 2.5(b)), podemos observar que o ponto de carregamento máximo se dá quando temos uma

geração de 20 MVar na barra 8. No caso desta rede, a forma da curva PV difere das demais porque ao invés de aumentar o carregamento ( $\lambda$ ), o que está sendo feito é diminuir a injeção de reativos em uma barra até que se chegue ao nariz da curva (*nose point*).

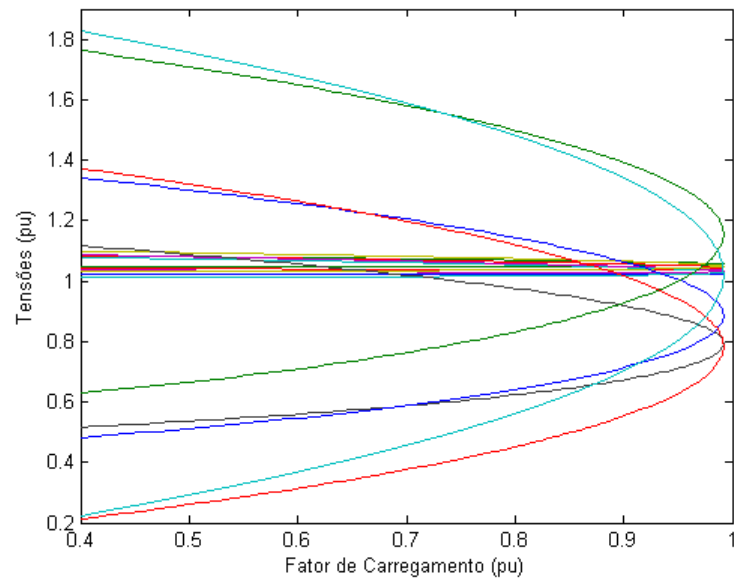
A figura 2.5(c) nos mostra os resultados obtidos utilizando o Método de Newton convencional inicializado com *flat start*, ou seja, todas as tensões em barras de carga inicializadas com módulo unitário e ângulo de fase nulo.

Podemos observar que para valores maiores que 123 MVar, a resposta correta é encontrada. Entre 95 e 123 MVar, o método em alguns casos encontra a resposta incorreta, e em outros diverge, tornando-se imprevisível. Para valores menores que 95 MVar, o método diverge em todos os casos.

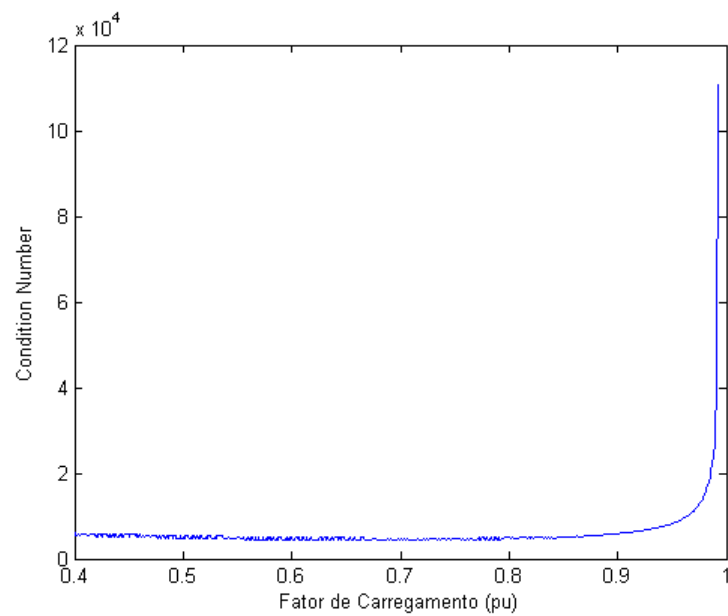
No entanto, foi observado que o ponto de carregamento máximo só ocorre quando atingido 20 MVar, logo com 95 MVar estamos longe do ponto de carregamento máximo, portanto o fato do método de Newton divergir não tem qualquer relação com o *condition number*, e não pode ser totalmente explicado através de sua curva PV. Essa rede, assim como a próxima a ser apresentada, será ainda estudada com mais detalhes no capítulo seguinte.

### 2.4.3 Rede de 11 barras e 11 ramos (Apêndice A)

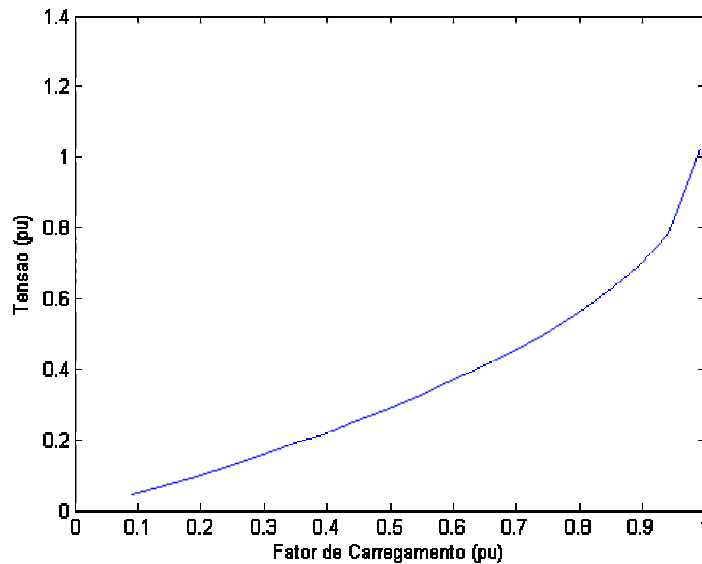
Os dados correspondentes a esta rede estão no apêndice A. A figura 2.6(a) mostra as curvas PV de todas as barras da rede, e foi traçada com o método da continuação. As figuras 2.6(b) e 2.6(c) mostram a evolução do *condition number* e curva PV de uma das barras, respectivamente, traçados usando o método de Newton convencional.



**Figura 2.6(a):** Curvas PV de todas as barras



**Figura 2.6(b):** Evolução do *condition number* da matriz Jacobiana original



**Figura 2.6(c): Curva PV traçada com o método de Newton convencional**

Não se obtém convergência para o caso base usando o método de Newton convencional. Fazendo análise das curvas PV juntamente com a evolução do *condition number*, observamos que o caso base ( $\lambda = 1$ ) está além do ponto de carregamento máximo, que de acordo com as curvas e com os cálculos realizados com o método da continuação ocorre quando  $\lambda = 0,9921$ .

Assim sendo, era totalmente esperado que o método de Newton não convergisse no caso base, e as análises de curvas PV e *condition number* seriam suficientes para explicar o comportamento da rede. Porém, a figura 2.6(c) nos traz algo inesperado: ao traçar a curva PV da rede usando o método de Newton com *flat start*, para níveis de carregamento menores que  $\lambda = 0,9921$ , observamos que na resposta encontrada, a tensão aumenta à medida que aumenta o carregamento, o que nos indica que esta não pode ser a solução real da rede e que, portanto as respostas fornecidas pelo método de Newton convencional não correspondem ao estado real da rede. Na realidade, comparando a figura 2.6(c) com a figura 2.6(a), nota-se que o método de Newton obtém tensões de baixo valor, correspondentes à operação instável da rede.

Além disso, observando a figura 2.6(a), onde as curvas PV de todas as barras são apresentadas, observamos que as barras têm comportamentos bem diferentes entre si: algumas têm ampla variação de tensão enquanto outras mantêm suas tensões praticamente constantes. A provável causa disso é grande quantidade de transformadores presentes na rede, com grande variação de *tap* (como pode ser observado na descrição da rede). Análises mais profundas desta rede serão realizadas no próximo capítulo, quando será utilizado o método da otimização de passo.



## Capítulo 3

### Método da otimização de passo

De acordo com a literatura técnica, existem muitas formas propostas para implementar o fluxo de carga com otimização de passo [1,2,9]. Em [2], a idéia usada consiste em calcular um multiplicador ótimo, escalar, que deve ser multiplicado pelo vetor de correção de tensões ao final de cada iteração antes de se realizar a correção:

$$\begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta^{i-1} \\ V^{i-1} \end{bmatrix} + \mu \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Para que se compreenda a origem da informação usada no cálculo do multiplicador, deve-se ter em mente que durante o cálculo do fluxo de carga as equações de potência nodais são expandidas em série de Taylor. Porém, convencionalmente, estas equações só são expandidas até os termos de primeira ordem. No método da otimização de passo, no entanto, são usadas informações provenientes dos termos de segunda ordem.

Esta informação é extraída de forma implícita, ou seja, sem que seja necessário que se realize de fato a expansão das equações até segunda ordem, o que seria bastante custoso computacionalmente.

### 3.1 Análise matemática do método

Partindo das equações básicas de potências nodais do fluxo de carga, definidas no capítulo 1, temos que os *mismatches* de potência podem ser escritos da seguinte forma:

$$\Delta y(x) = \begin{bmatrix} \Delta P(x) \\ \Delta Q(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{esp} - P(x) \\ Q^{esp} - Q(x) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.2)$$

Expandindo estas equações em série de Taylor até os termos de segunda ordem teremos:

$$\Delta P_k(x + \Delta x) = \Delta P_k(x) + \left[ \sum_{m \in K} \Delta x_m \frac{\partial}{\partial x_m} \right] \Delta P_k(x) + \frac{1}{2} \left[ \sum_{m \in K} \Delta x_m \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \Delta P_k(x) \quad (3.3)$$

$$\Delta Q_k(x + \Delta x) = \Delta Q_k(x) + \left[ \sum_{m \in K} \Delta x_m \frac{\partial}{\partial x_m} \right] \Delta Q_k(x) + \frac{1}{2} \left[ \sum_{m \in K} \Delta x_m \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \Delta Q_k(x) \quad (3.4)$$

em que  $K$  representa o conjunto formado pela barra  $k$  e suas vizinhas.

Obtendo estas equações para todas as barras ( $k = 1 \dots n$ ), podemos definir cada termo das equações acima da seguinte forma:

$$a_p = \Delta P(x) \quad (3.5)$$

$$b_p = \left[ \sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right] \Delta P_K(x) = -a_p \quad (3.6)$$

$$c_p = \frac{1}{2} \left[ \sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \Delta P_K(x) \quad (3.7)$$

$$a_q = \Delta Q(x) \quad (3.8)$$

$$b_q = \left[ \sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right] \Delta Q_K(x) = -a_q \quad (3.9)$$

$$c_q = \frac{1}{2} \left[ \sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \Delta Q_K(x) \quad (3.10)$$

De acordo com [2], o fator de otimização de passo  $\mu$  é inserido nas equações de *mismatches* da seguinte forma:

$$\Delta y(x + \Delta x) = a + \mu b + \mu^2 \cdot c \approx 0 \quad (3.11)$$

onde os vetores  $a$ ,  $b$  e  $c$  são constituídos por elementos relacionados às potências ativas ( $a_p$ ,  $b_p$  e  $c_p$ ) e reativas ( $a_q$ ,  $b_q$  e  $c_q$ ), mostradas nas equações (3.5) a (3.10).

Para determinar o valor de  $\mu$  para cada iteração, contudo, é preciso que seja determinada uma função custo a ser minimizada. O objetivo inicial do processo iterativo é reduzir os *mismatches* até que se tornem menores que uma determinada tolerância, logo, uma função custo adequada a ser minimizada corresponde à soma dos quadrados dos *mismatches*:

$$\begin{aligned} F_C &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} (a_i + \mu b_i + \mu^2 c_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{2n} (a_i^2 + \mu 2a_i b_i + \mu^2 (2a_i c_i + b_i^2) + \mu^3 2b_i c_i + \mu^4 c_i^2) \end{aligned} \quad (3.12)$$

A função custo atingirá seu valor mínimo quando sua derivada primeira for nula:

$$\frac{\partial F_C}{\partial \mu} = 0 \quad (3.13)$$

$$= \sum_{i=1}^{2n} (a_i b_i + \mu \cdot (2a_i c_i + b_i^2) + \mu^2 \cdot 3b_i c_i + \mu^3 \cdot 2c_i^2)$$

De onde obtemos:

$$g_0 = \sum_{i=1}^{2n} (a_i b_i) \quad (3.14)$$

$$g_1 = \sum_{i=1}^{2n} (2a_i c_i + b_i^2) \quad (3.15)$$

$$g_2 = 3 \sum_{i=1}^{2n} (b_i c_i) \quad (3.16)$$

$$g_3 = 2 \sum_{i=1}^{2n} (c_i^2) \quad (3.17)$$

Reagrupando:

$$g_0 + \mu \cdot g_1 + \mu^2 \cdot g_2 + \mu^3 \cdot g_3 = 0 \quad (3.18)$$

Enfim, a equação acima é a equação cúbica que deverá ser resolvida a cada iteração com o objetivo de calcular o fator de otimização de passo. Ela pode ser resolvida analiticamente ou com o método de Newton inicializado em 1. Ambas as formas foram implementadas com desempenho igualmente satisfatório.

### 3.2 Processo iterativo básico do método

O processo iterativo básico de solução do fluxo de carga utilizando o fator de otimização de passo é:

1. Inicializar o contador de iterações  $r = 0$  e escolher a estimativa inicial de estado  $x(r)$ ;
2. Calcular os *mismatches* de potência  $\Delta y(x(r))$  e o vetor  $a$ ;
3. Calcular a correção no estado:  $\Delta x(r) = -[J(r)]^{-1} \cdot \Delta y(x(r))$ ;
4. Calcular os vetores  $b$  e  $c$ ;
5. Calcular os coeficientes da equação cúbica  $g_0, g_1, g_2, g_3$ ;
6. Calcular o fator  $\mu$ ;

7. Obter o novo estado:  $x(r+1) = x(r) + \mu \Delta x(r)$ ;
8. Incrementar o contador de iterações e voltar ao passo 2.

A introdução dos passos 4,5 e 6 e as modificações no passos 2 e 7 representam um esforço computacional adicional muito pequeno ao método convencional.

### 3.3 Considerações

Ainda em [2], temos algumas ponderações sobre o comportamento do multiplicador no decorrer do processo iterativo:

- Se o sistema for bem condicionado, o multiplicador assume valores próximos de um, e o desempenho do método se aproxima bastante ao do convencional.
- Para sistemas sem solução (infactíveis), o multiplicador assume valores muito pequenos (teoricamente tende a zero), indicando que o atual vetor de tensões não pode ser modificado com o intuito de se minimizar os *mismatches* de potência.
- Em testes realizados com sistemas bem condicionados mas com alto carregamento [2], o multiplicador assumiu valores pequenos nas primeiras iterações, fazendo com que o processo iterativo convergisse mais rapidamente.

### 3.4 Resultados

Primeiramente, serão apresentadas as curvas PV referentes ao sistema de 11 barras estudado em [2], agora porém utilizando o método da otimização de passo (seção 3.4.1). Notaremos que o método foi capaz de encontrar a solução correta para a rede para todos os níveis de carregamento, até próximo do ponto de carregamento máximo, mostrando-se significativamente mais robusto que o método de Newton convencional. Em seguida, através de testes com a rede de 11 barras e 11 ramos (Apêndice A), serão verificadas algumas limitações do método de Newton com otimização de passo.

### 3.4.1 Rede de 11 barras e 12 ramos [2]

Como foi mostrado no capítulo anterior, o desempenho do método de Newton convencional na análise desta rede foi extremamente insatisfatório. Na análise das curvas a seguir, no entanto, fica claro que o método da otimização de passo consegue encontrar a resposta correta da rede para todos os níveis de carregamento, até que o máximo seja atingido. Sendo assim, podemos avaliar o desempenho do método como muito bom.

As figuras 3.1 e 3.2 mostram a evolução da tensão na barra 8 e do *condition number*, respectivamente, para uma variação na geração de potência reativa na barra 8.

Naturalmente, as condições de inicialização do método da otimização de passo foram as mesmas utilizadas no método convencional.

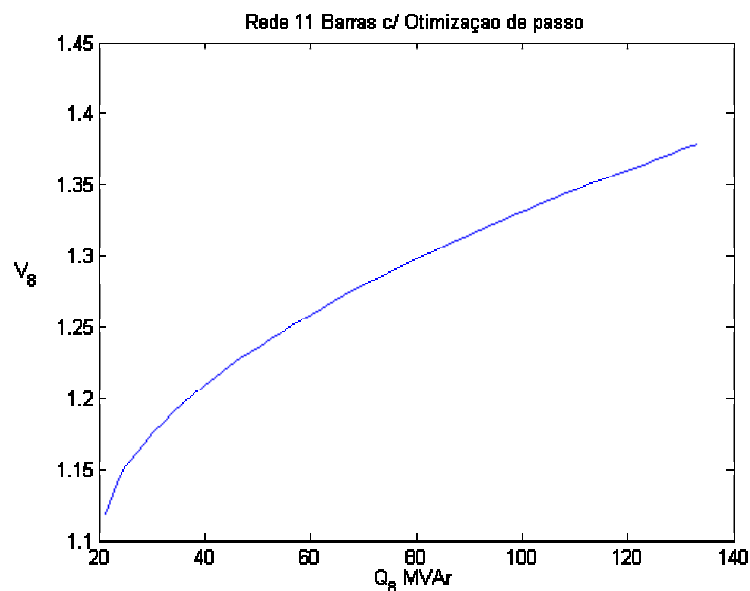
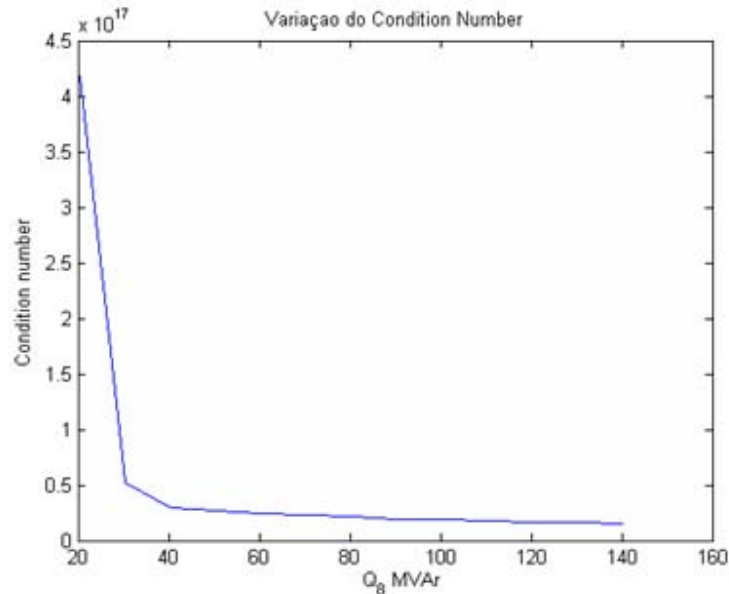


Figura 3.1: Tensão na barra 8



**Figura 3.2: Evolução do *condition number***

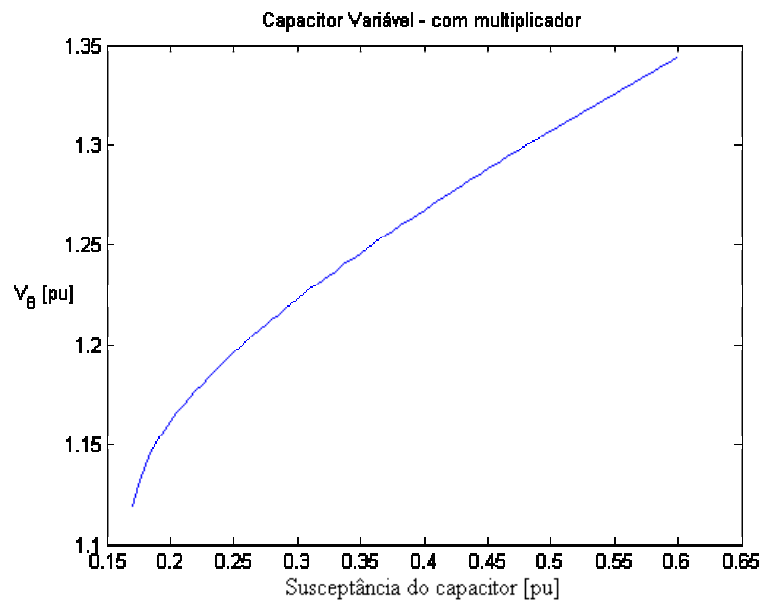
### Variações do modelo de carregamento da rede

Anteriormente, foram traçadas curvas de carregamento da rede de 11 barras onde se variava apenas a injeção de potência reativa em uma das barras (barra 8). Isto foi feito com o objetivo de se analisar o estranho comportamento da rede ao se variar esta grandeza, que já havia sido citado em [2].

Poder-se-ia questionar, no entanto, que a variação de injeção de potência reativa em uma determinada barra poderia não corresponder a um modelo físico razoável, por esta ser uma barra de carga. Portanto, a curva de carregamento foi novamente obtida, tendo agora como parâmetro a ser variado não mais uma injeção de potência reativa mas sim um capacitor *shunt* variável na mesma barra, com o intuito de tornar a simulação mais próxima de uma simulação real. Nenhum tipo de controle de tensão é aplicado, de forma que o resultado esperado nesta situação é o mesmo obtido anteriormente.

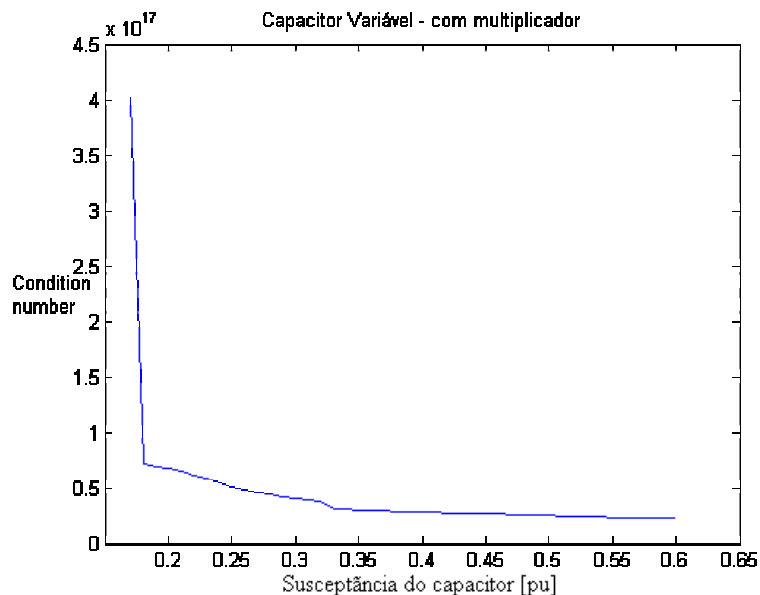
Capacitores *shunt* variáveis são bastante usados com intuito de melhorar o perfil de tensão em sistemas de potência. A curva de carregamento obtida corresponde à figura 3.3(a), e a curva da evolução do *condition number* à figura 3.3(b).

Estas curvas foram traçadas usando o fluxo de carga com otimização de passo, com tensões iniciais de 1 pu. O resultado obtido foi idêntico ao obtido anteriormente, o que confirma que o modelo anterior era uma boa aproximação para este modelo real.



**Figura 3.3(a): Variação da tensão na barra 8**



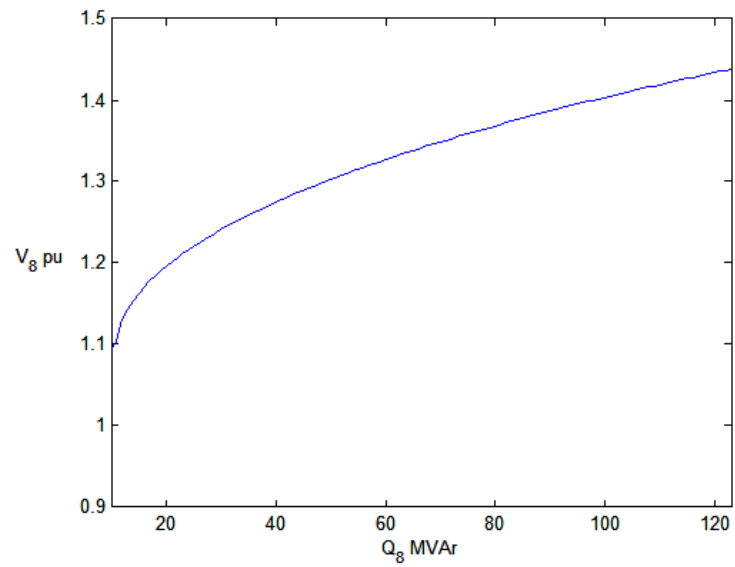


**Figura 3.3(b): Evolução do *condition number***

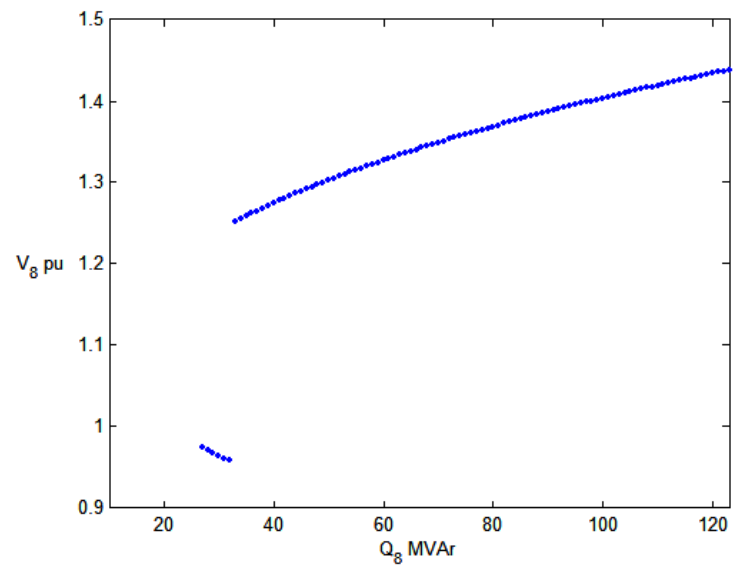
Outra tentativa de se fazer com que a variação do carregamento na rede se tornasse mais próxima de uma situação real foi modelar a barra 8 como um gerador independente sem controle de tensão, que corresponde a um modelo que vem sendo muito discutido ultimamente com a abertura e desregulamentação do sistema elétrico nacional.

Para se realizar este modelamento, foi acrescentada à barra 8 uma geração de potência ativa de 250 MW, pois inicialmente a barra apresentava apenas injeção de potência reativa, no valor de 123 MVar. Para traçar a nova curva PV, estes valores foram multiplicados por um escalar, que variou de 1 até 0,08, quando o sistema chegou ao limite de estabilidade de tensão.

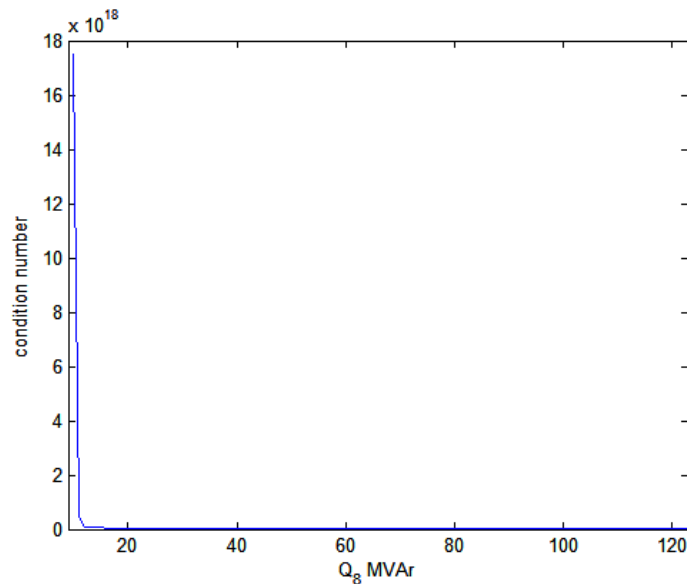
As figuras 3.4(a) e 3.4(b) correspondem às curvas PV com e sem otimizador de passo, e a figura 3.4(c) corresponde à variação do *condition number*. Como se pode observar, mais uma vez o método com otimização de passo tem um desempenho irrepreensível. Já o método convencional, apesar do bom desempenho próximo ao caso base, não consegue encontrar a solução correta quando se aproxima do *nose point*, divergindo em alguns casos e encontrando a solução instável em outros. A curva 3.4(c) nos mostra exatamente onde ocorre o *nose point*.



**Figura 3.4(a): Curva PV com otimização de passo**



**Figura 3.4(b): Curva PV sem otimização de passo**



**Figura 3.4(c): Evolução do *condition number***

Foram realizados ainda testes para três diferentes valores de injeção de potência reativa na barra 8:

1.  $Q_8 = 1,21$  pu
2.  $Q_8 = 1,22$  pu
3.  $Q_8 = 1,23$  pu

Todos os testes foram realizados inicializando as tensões em 1 pu (*flat start*), e foram traçadas curvas da evolução da tensão, do *condition number*, dos *mismatches* de potência e da função custo do multiplicador, que corresponde à soma dos quadrados dos *mismatches* de potência. Além disso, foram traçadas curvas da evolução do multiplicador ótimo, quando este foi usado.

No primeiro caso ( $Q_8 = 1,21$  pu), o método de Newton convencional não converge. No segundo ( $Q_8 = 1,22$  pu), ele converge para um valor que não condiz com o real estado da rede. No

terceiro ( $Q_8 = 1,23$  pu) ele consegue convergir para o valor correto. Já o método com otimização de passo consegue convergir rapidamente para o valor correto, nos três casos.

Tal comportamento do método convencional é inesperado, devido à pequena variação de carregamento entre os casos (apenas 0,01 pu ou 1 MVar). Vale lembrar também que esta variação ocorreu bem longe do ponto de carregamento máximo, que como foi mostrado no capítulo anterior, se dá quando  $Q_8 = 0,20$  pu.

Também no capítulo anterior, foi mostrado que a evolução do condition number em função do carregamento não explica o desempenho do método convencional. Isto ficará ainda mais claro analisando as curvas a seguir.

### 1º Caso – $Q_8 = 1,21$ pu

As figuras 3.5(a) e 3.5(b) mostram a evolução da tensão na barra 8 durante o processo iterativo, sem e com o multiplicador, respectivamente. As figuras 3.6(a), 3.6(b), 3.7(a), 3.7(b), 3.8(a) e 3.8(b) mostram a evolução do *condition number*, dos *mismatches* de potência e da função custo, sem e com o multiplicador ótimo, respectivamente. A figura 3.9 mostra a evolução do multiplicador ótimo durante o processo iterativo.

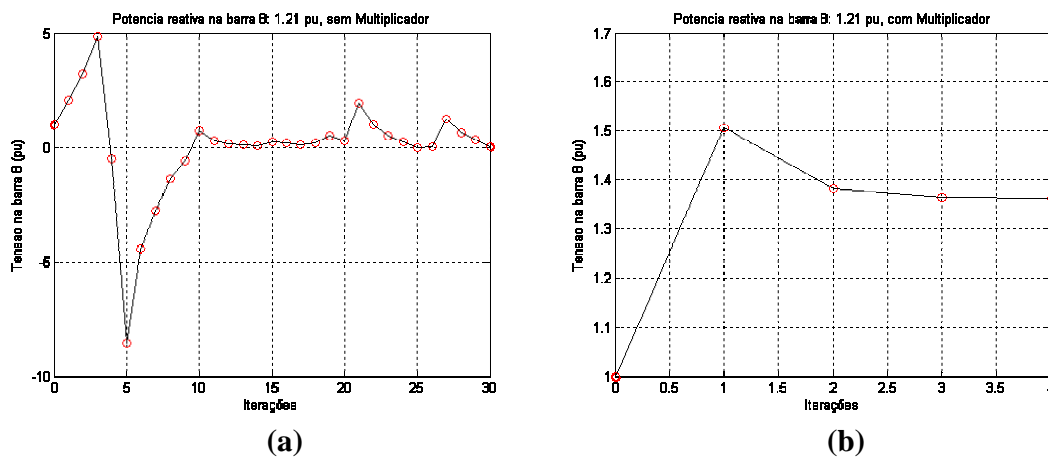
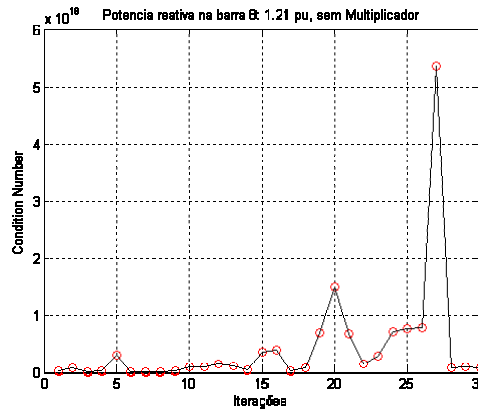
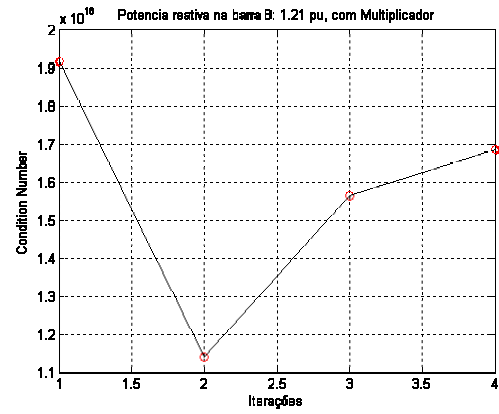


Figura 3.5: Evolução da tensão

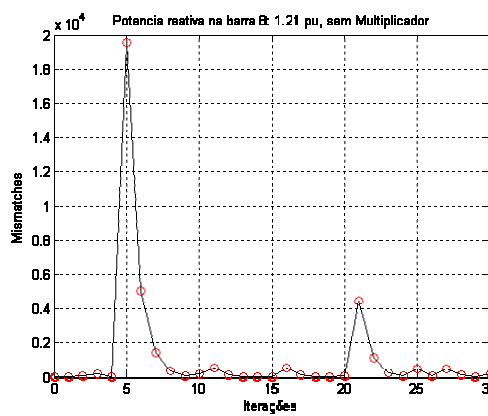


(a)

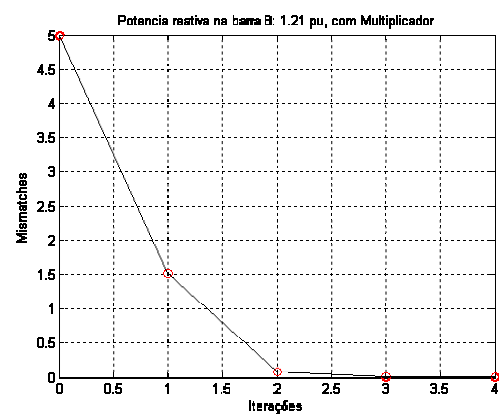


(b)

Figura 3.6: Evolução do *condition number*

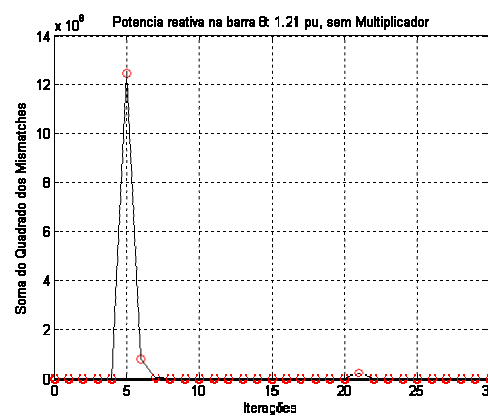


(a)

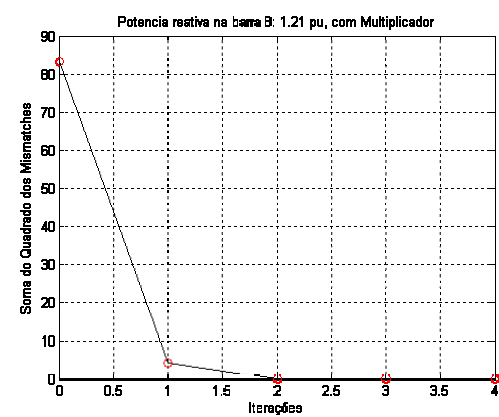


(b)

Figura 3.7: Evolução dos *mismatches*

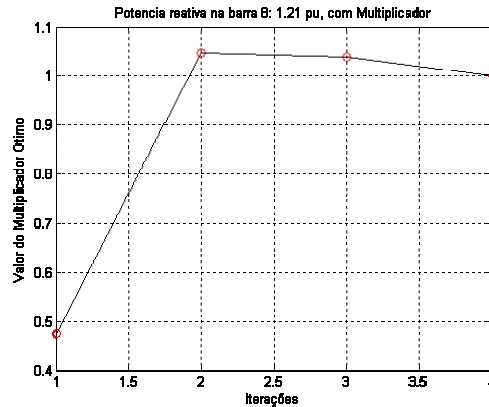


(a)



(b)

Figura 3.8: Evolução da função custo



**Figura 3.9: Evolução do multiplicador ótimo**

Para este nível de carregamento, o fluxo de carga com otimização de passo converge em 4 iterações enquanto que o convencional não converge após 30 iterações. Nota-se que quando se usa otimização de passo, logo na primeira iteração a tensão já atinge um valor próximo de seu valor final, com isso, os valores dos *mismatches* e da função custo já diminuem e vão chegando cada vez mais próximos de zero, ao longo do processo. Isto ocorre em função de um valor pequeno do multiplicador ótimo, que assume um valor um pouco menor que 0.5. Com isso, o multiplicador “segura” a correção, não permitindo que a tensão se afaste muito da inicial. Como pode ser notado, esta atuação do multiplicador garante a convergência da rede. Nas demais iterações, ele assume valores próximos de 1, tendo pouca influência sobre o restante do processo.

Já quando se usa o método convencional, o valor da tensão aumenta muito nas primeiras iterações (chegando a 5 pu na terceira) e depois disso a solução já não consegue mais ser atingida. Os valores de tensão oscilam, assim como os *mismatches* e a função custo. O *condition number* também se mostra instável no decorrer do processo.

## 2º Caso - $Q_8 = 1,22$ pu

As figuras 3.10(a) e 3.10(b) mostram a evolução da tensão na barra 8 durante o processo iterativo, sem e com o multiplicador, respectivamente. As figuras 3.11(a), 3.11(b), 3.12(a), 3.12(b), 3.13(a) e 3.13(b) mostram a evolução do *condition number*, dos *mismatches* de potência

Método da otimização de passo e da função custo, sem e com o multiplicador ótimo, respectivamente. A figura 3.14 mostra a evolução do multiplicador ótimo durante o processo iterativo.

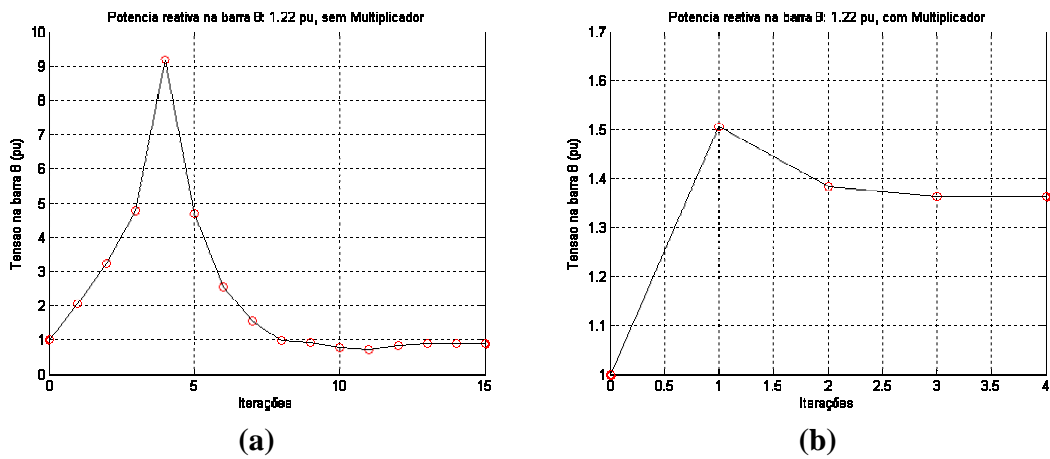


Figura 3.10: Evolução da tensão

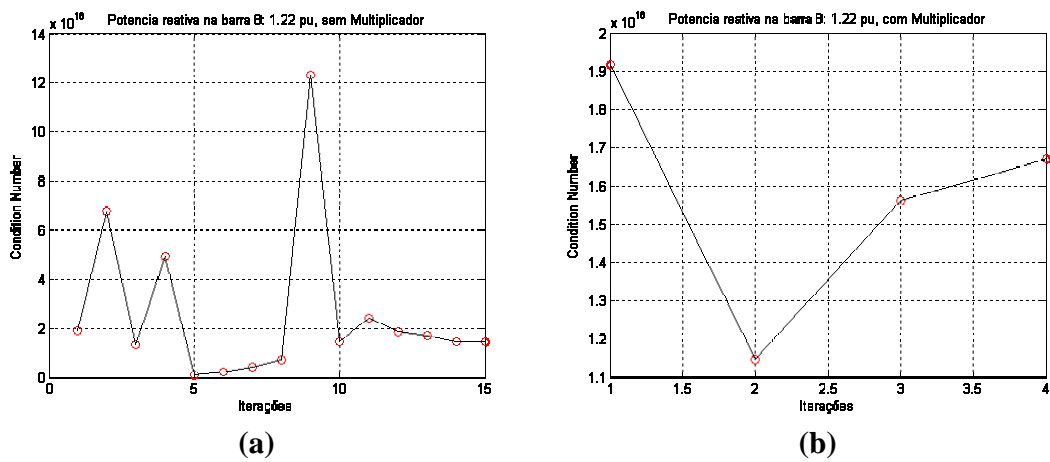


Figura 3.11: Evolução do *condition number*

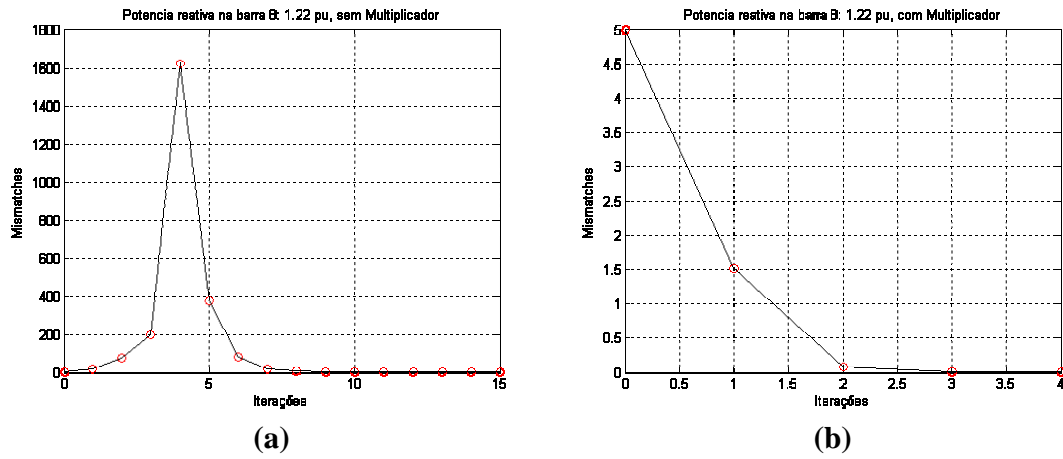


Figura 3.12: Evolução dos mismatches

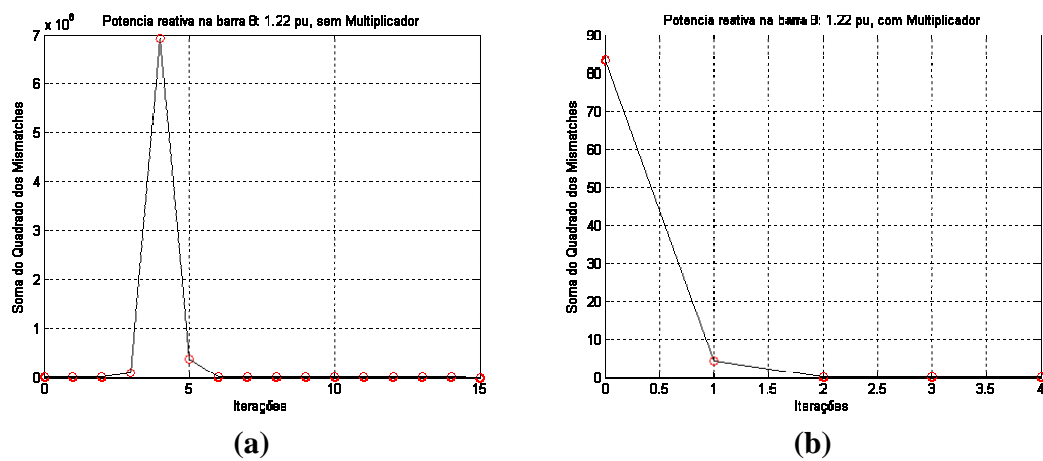


Figura 3.13: Evolução da função custo

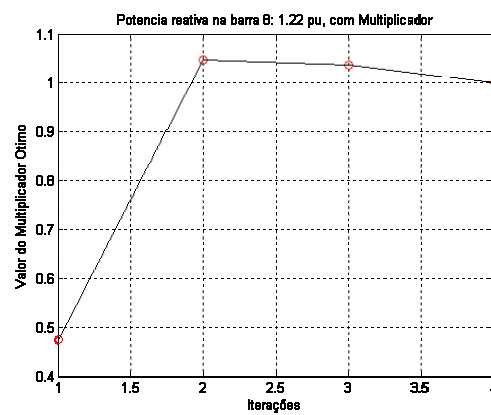


Figura 3.14: Evolução do multiplicador ótimo



Neste caso, diferentemente do anterior, o método convencional converge após 15 iterações. Porém, a convergência ocorre para a tensão de 0,89 pu na barra 8. Como pode ser visto na curva PV da rede, a tensão estável para este ponto é 1,36 pu, que é o valor encontrado pelo método com otimização de passo, em 4 iterações.

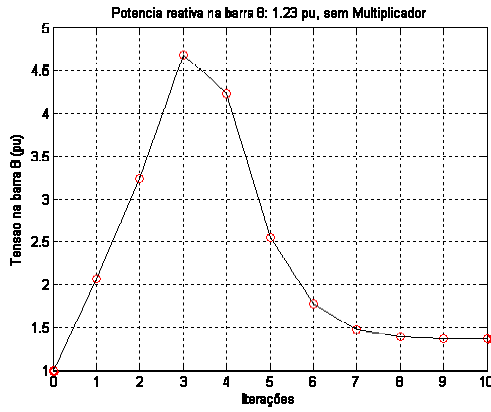
Percebe-se que todas as curvas de evolução de grandezas obtidas utilizando o multiplicador são praticamente iguais às obtidas para a mesma situação no caso anterior. Isso se deve basicamente à pequena variação de carregamento feita entre os dois casos. Justamente por isso o comportamento do método convencional é inesperado.

Analisando a evolução da tensão usando o método convencional, nota-se que esta aumenta até chegar em 10 pu na quarta iteração. Neste ponto, os *mismatches* e a função atingem seu ápice. Depois disso, a tensão diminui cada vez mais, levando consigo os *mismatches* e a função custo, até encontrar um ponto de equilíbrio. O *condition number* oscila e não nos fornece informações importantes sobre o que se passa no processo.

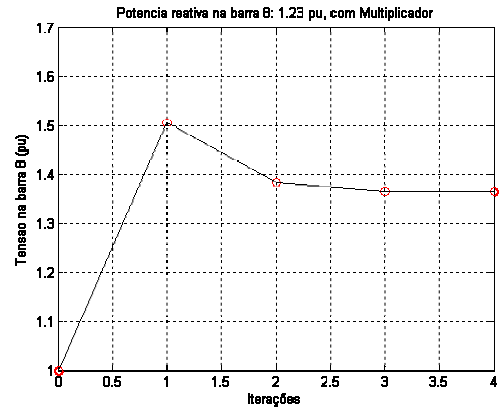
Por último, pode-se destacar que o multiplicador ótimo tem basicamente o mesmo comportamento, assegurando que o sistema encontre novamente o estado correto.

### **3º Caso - $Q_8 = 1,23$ pu**

As figuras 3.15(a) e 3.15(b) mostram a evolução da tensão na barra 8 durante o processo iterativo, sem e com o multiplicador, respectivamente. As figuras 3.16(a), 3.16(b), 3.17(a), 3.17(b), 3.18(a) e 3.18(b) mostram a evolução do *condition number*, dos *mismatches* de potência e da função custo, sem e com o multiplicador ótimo, respectivamente. A figura 3.19 mostra a evolução do multiplicador ótimo durante o processo iterativo.

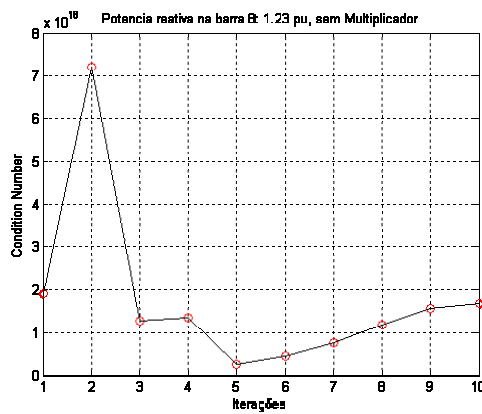


(a)

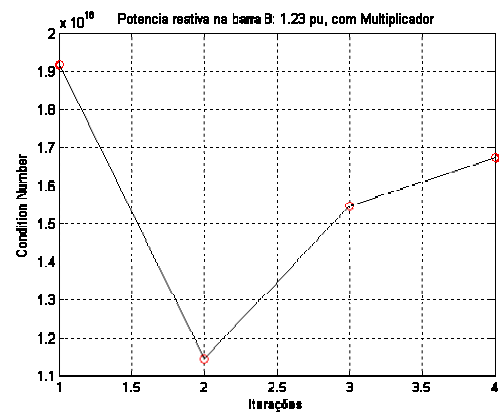


(b)

Figura 3.15: Evolução da tensão

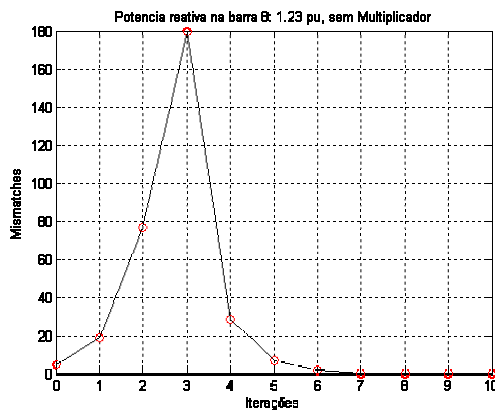


(a)

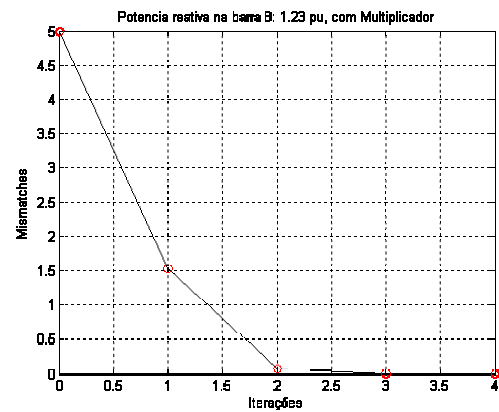


(b)

Figura 3.16: Evolução do *condition number*



(a)



(b)

Figura 3.17: Evolução dos *mismatches*

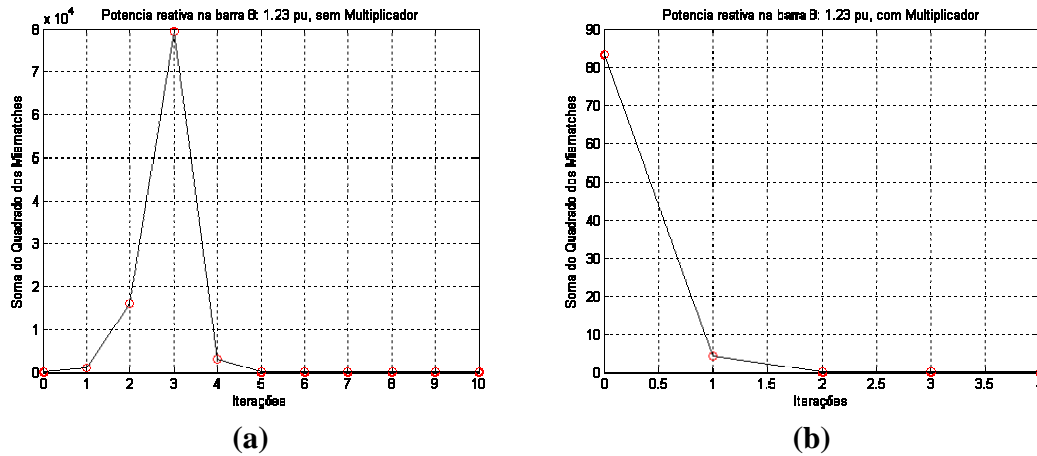


Figura 3.18: Evolução da função custo

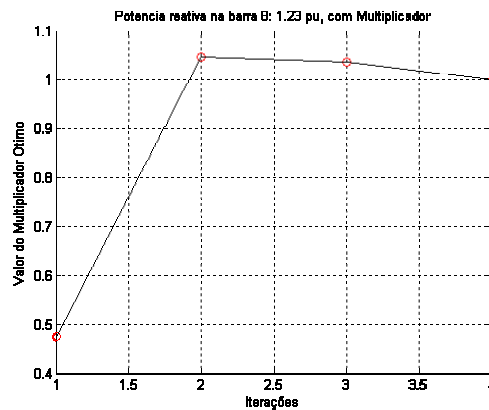


Figura 3.19: Evolução do multiplicador ótimo

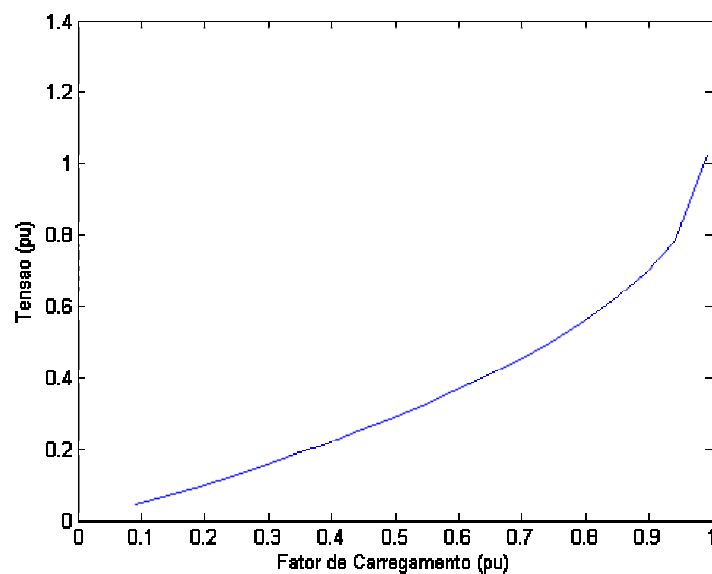
Neste caso, ambos os métodos convergem para o estado real da rede. A principal diferença neste caso é número de iterações: 10 para o convencional e as mesmas 4 para o com otimização de passo.

Analisando a evolução da tensão usando método convencional, percebe-se que esta, assim como nos demais casos, cresce até a terceira iteração. Porém, daí em diante ela consegue diminuir suavemente até convergir para a solução. As curvas obtidas usando o multiplicador têm novamente comportamento semelhante aos casos anteriores.

Por fim, nota-se que a atuação do multiplicador proporciona um processo iterativo semelhante para carregamentos semelhantes, o que não ocorre para o método convencional, como ficou claro. O método convencional apresenta, para esta rede, e para os carregamentos estudados, desempenho insatisfatório, embora os pontos de operação estivessem distantes do ponto de carregamento máximo.

### 3.4.3 Rede de 11 barras e 11 ramos (Apêndice A)

Utilizando-se o método da otimização de passo para traçar a curva PV da rede de 11 barras e 11 ramos, obteve-se a curva mostrada na figura 3.20. Esta é idêntica à obtida utilizando o método de Newton convencional e, como foi explicado no capítulo anterior (seção 2.3.3), não corresponde ao estado real da rede.



**Figura 3.20: Curva PV com multiplicador ótimo**

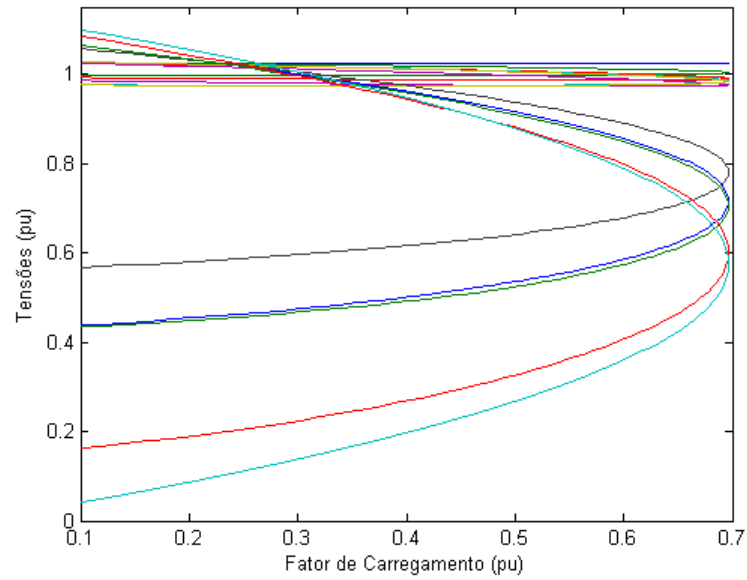
Foram realizados testes, com os dois métodos, variando-se os estados iniciais da rede, na tentativa que pelo menos um deles encontrasse a resposta correta, mas foi em vão, pois o

resultado não se alterou, mostrando que este poderia ser um caso autêntico de rede mal-condicionada sem relação com o nível de carregamento máximo.

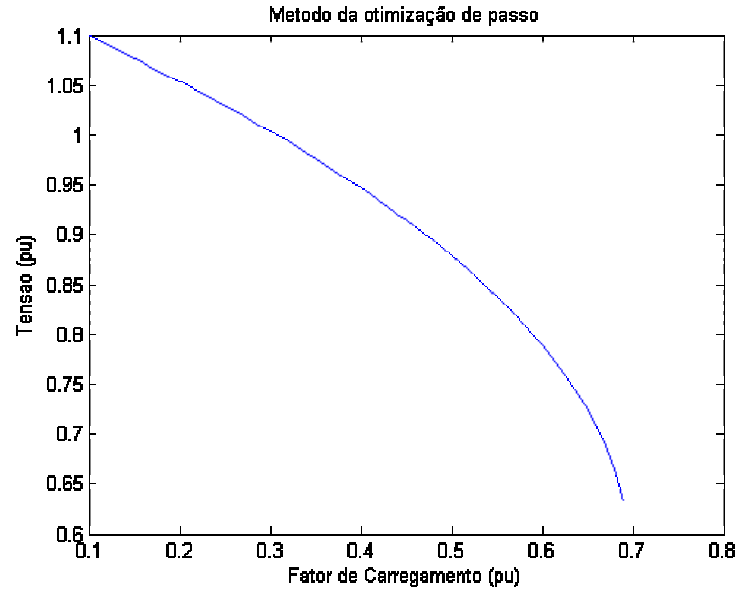
Foi buscado, no entanto, algum motivo para que os métodos convergissem para valores baixos de tensão, mesmo quando inicializados com valores de tensão altos. Um dos possíveis motivos pode ser observado na figura 2.6(a) da seção 2.3.3, onde são apresentadas as curvas PV de todas as barras da rede, obtidas através do método da continuação.

Analisando estas curvas notamos que algumas apresentam ampla variação das magnitudes de tensão, enquanto outras mantêm-se sempre bem próximas a 1 pu. Apesar das diferenças, os valores de tensão próximos ao caso base estão em torno de 1 pu, como normalmente ocorre em um sistema de energia elétrica. As diferenças entre as curvas, no entanto, foram apontadas como responsáveis para a baixa performance dos métodos, e seu motivo aparente eram os valores dos *taps* dos transformadores, que em dois transformadores eram de 0,76 pu.

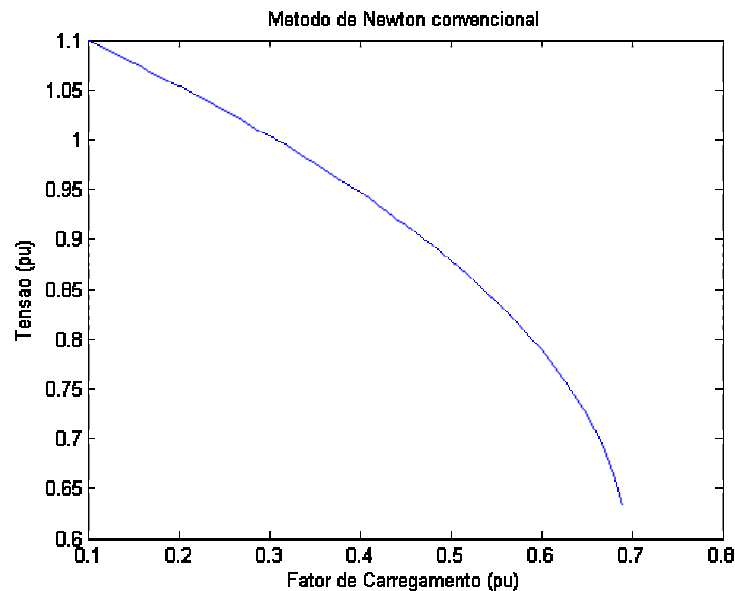
Portanto, foram realizados novos testes, onde todos os *taps* do sistema foram alterados para a posição nominal, ou seja, iguais a 1 pu. As figuras 3.21(a), 3.21(b) e 3.21(c) mostram curvas PV para a rede modificada, utilizando os métodos da continuação, otimização de passo e Newton convencional, respectivamente.



**Figura 3.21(a): Curva PV com método da continuação**



**Figura 3.21(b): Curva PV com otimização de passo**

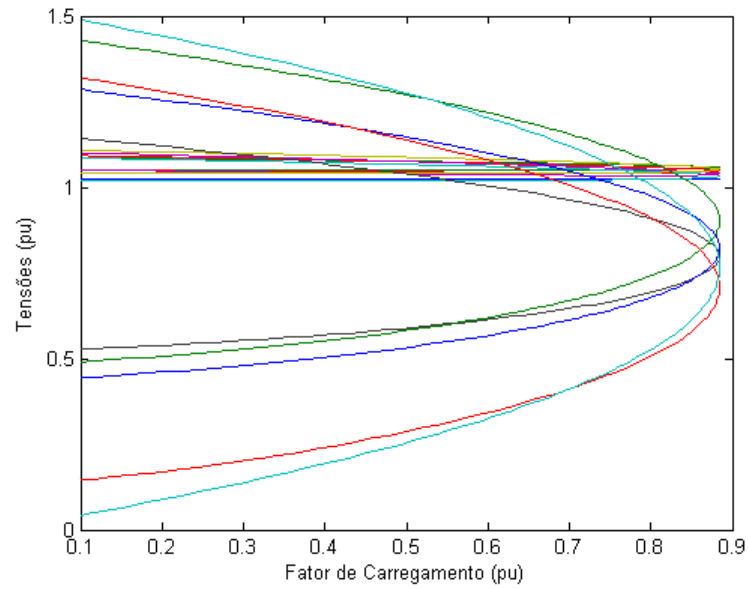


**Figura 3.21(c): Curva PV com Newton convencional**

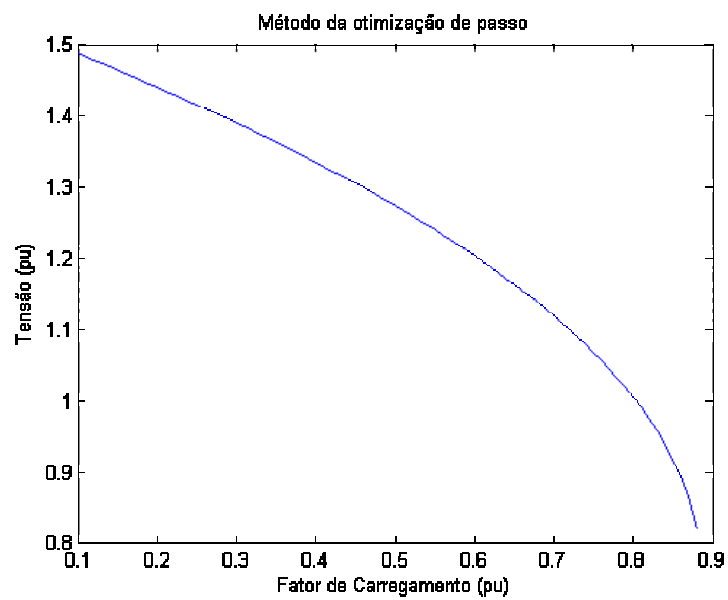
Analizando estas curvas fica claro que tanto o método de Newton convencional quanto o da otimização de passo conseguem, neste caso, encontrar a solução correta para o sistema.

No entanto ao analisar as curvas PV das barras, notamos que o efeito causado ao se ajustar os *taps* dos transformadores da rede nas posições nominais é muito drástico. O carregamento máximo passa de 99% para 69%, mesmo assim, a maior parte das barras apresenta tensões bem menores que 1 pu próximas a este carregamento.

Observamos valores de tensões em torno de 0,6 pu, que, para um sistema de potência são tão inaceitáveis quanto os *taps* de 0,76 pu. Uma medida intermediária foi então adotada. Todos os transformadores da rede são mantidos com os valores mínimos de *taps* de 0,9 pu, mais condizentes com os encontrados em sistemas reais. As figuras 3.22(a), 3.22(b) e 3.22(c) mostram curvas PV para a rede modificada, utilizando os métodos da continuação, otimização de passo e Newton convencional, respectivamente.

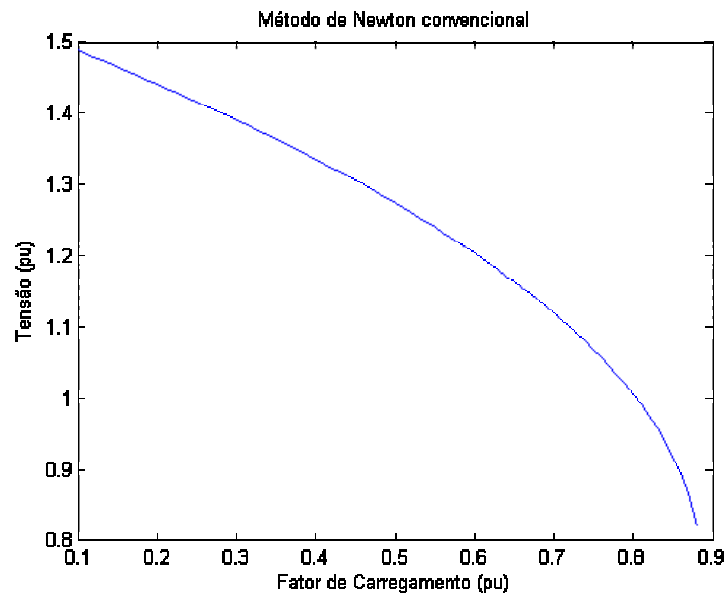


**Figura 3.22(a): Curva PV com método da continuação**



**Figura 3.22(b): Curva PV com otimização de passo**





**Figura 3.22(c): Curva PV com Newton convencional**

Nesta nova análise, as principais características da rede são mantidas, alterando-se apenas os valores de *tap* de alguns transformadores, que eram excessivamente baixos. A característica das curvas PV é bem semelhante à do caso original e o carregamento máximo sofre apenas uma pequena redução, caindo para 89%.

Neste caso, ambos os métodos encontram soluções corretas, obtendo curvas idênticas. Fica claro então que os problemas encontrados não podem ser associados a um ou outro método, mas sim aos valores extremamente baixos de *taps*, incompatíveis com aqueles existentes em sistemas reais.

Pode-se, no entanto, enxergar o problema de outra maneira, entendendo que nenhum dos métodos utilizados foi capaz de transpor as dificuldades impostas pelos valores de *taps* pouco usuais e chegar à resposta correta da rede, visto que esta era factível, como vemos nas curvas PV. Se assim o fizermos, podemos dizer que, neste caso, faltou robustez a ambos os métodos, e que ambos podem falhar em situações reais. Sob esse aspecto, as simulações realizadas podem indicar

uma necessidade de maiores pesquisas para o desenvolvimento de métodos mais robustos de fluxo de carga para redes mal condicionadas.

## **Capítulo 4**

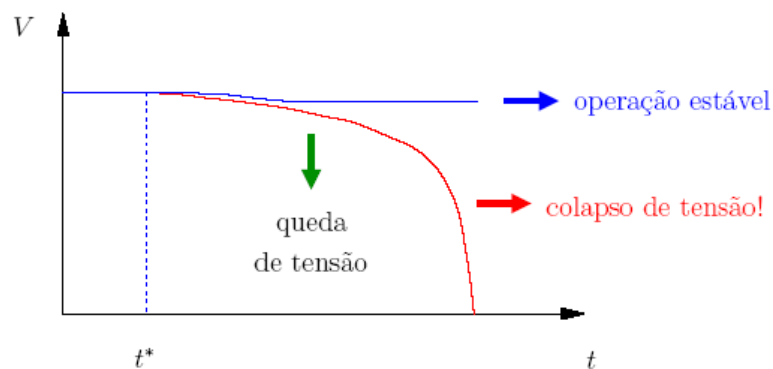
# **O método da otimização de passo e o cálculo de margem de segurança ao colapso de tensão**

O método da otimização de passo [2] foi desenvolvido com objetivo de se estudar as chamadas redes mal condicionadas, assim como foi mostrado no capítulo anterior. No entanto, alguns recursos propiciados por este método foram utilizados com outros fins, tais como o cálculo de margem de segurança ao colapso de tensão.

Estes recursos, tais como as informações que eles nos oferecem sobre as redes analisadas serão apresentados na primeira seção deste capítulo. Posteriormente, alguns métodos que utilizam a otimização de passo para calcular margens de segurança para o colapso de tensão serão apresentados e brevemente discutidos.

## 4.1 Margem de segurança ao colapso de tensão [20]

Considere que um sistema elétrico de potência esteja operando em condições normais (equilíbrio estável). Considere também que em um determinado instante de tempo ocorra um aumento da demanda (pequena perturbação). O aumento da carga resulta no aumento das perdas de potência na transmissão, que por sua vez afetam as magnitudes das tensões e as aberturas angulares. Estas últimas afetam as perdas de potência na transmissão. Se houver reserva de reativos e capacidade de transmissão suficientes, o processo tende para um novo ponto de equilíbrio estável, ou seja, para um novo ponto de operação. Se não houver reserva de reativos ou capacidade de transmissão suficientes, o processo tende à instabilidade. Em geral, neste caso a tensão tenderá a cair de forma monotônica, como ilustra a figura 4.1.



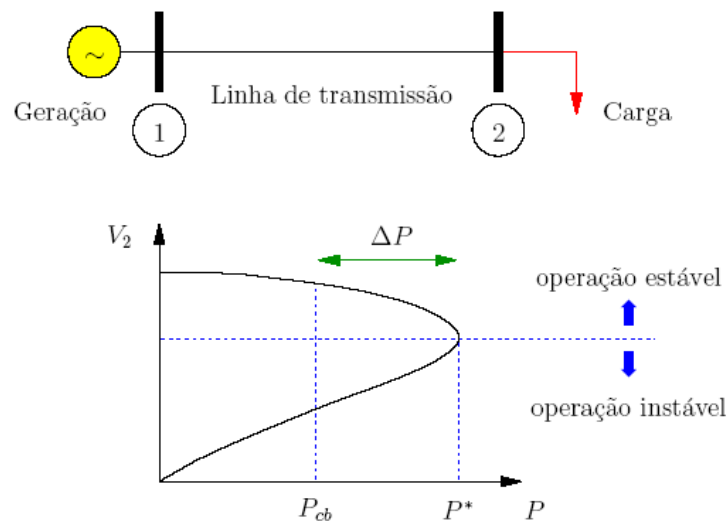
**Figura 4.1: Queda monotônica de tensão**

A figura 4.1 mostra claramente que os sistemas elétricos de potência são essencialmente sistemas dinâmicos, ou seja, os problemas de instabilidade de tensão têm características dinâmicas e métodos apropriados devem ser usados. No entanto, devido às características próprias do problema (variações lentas das tensões), métodos estáticos também são usados e na verdade oferecem uma série de vantagens relacionadas com a eficiência de cálculos e o fornecimento de importantes informações sobre o fenômeno em si. A utilização de métodos estáticos é fundamental para a análise de estabilidade de tensão em ambientes em que há

Margem de segurança ao colapso de tensão

restrições rigorosas com relação a tempos computacionais, como por exemplo, na operação de redes em tempo real.

A maioria dos métodos estáticos são baseados na análise da matriz Jacobiana. A proximidade à instabilidade de tensão e conseqüente colapso de tensão é avaliada como a distância entre o ponto de operação corrente e aquele para o qual a matriz Jacobiana torna-se singular. A análise de estabilidade de tensão é de fato um problema bastante complexo e que tem chamado a atenção dos pesquisadores nos últimos anos, principalmente em função de severos incidentes que levaram redes a blecautes. O problema pode ser ilustrado de forma bastante simplificada com o auxílio da figura 4.2.



**Figura 4.2: Ilustração do problema de instabilidade de tensão**

A demanda no barramento de carga em um certo instante é  $P = P_{cb}$  (cb significa caso base). A magnitude de tensão no barramento de carga será igual a um valor que depende da própria demanda e dos parâmetros da linha de transmissão. Conforme a carga varia, a magnitude de tensão também varia. Existe um valor de carga máxima que pode ser atendida,  $P = P^*$ . Neste ponto, a matriz Jacobiana referente às equações de fluxo de carga torna-se singular. A chamada margem de estabilidade, ou margem de segurança ao colapso de tensão pode ser dada por:

---

$$\Delta P = P^* - P_{cb} \quad (4.1)$$

Se uma carga maior que  $P^*$  for solicitada, a rede entrará em um modo de operação instável.

A margem de segurança ao colapso de tensão pode ser obtida de maneira precisa através do método da continuação. Apesar de ser bastante robusto, o método da continuação pode ser inadequado em situações para as quais a eficiência computacional é fundamental, como por exemplo, na operação em tempo real. A literatura técnica registra propostas de métodos bastante eficientes do ponto de vista computacional. Estes naturalmente não são tão precisos quanto o método da continuação, mas são suficientemente precisos para aplicações na operação em tempo real [14].

## 4.2 O método da otimização de passo e a região infactível

Como foi mostrado no capítulo 1, os sistemas de energia elétrica possuem um limite físico de capacidade, a partir do qual entram em colapso. Quando este limite é atingido o sistema entra na chamada região infactível, não havendo possibilidade de operar de forma estável.

Ao utilizar o método de Newton convencional na análise de um sistema que se encontra na região infactível, este irá simplesmente divergir, visto que não existe solução para o sistema. Ao divergir, no entanto, o método não nos fornece qualquer informação, não sendo possível determinar a distância que nos encontramos da fronteira de factibilidade, ou pior ainda, não nos dá nem uma pista sobre possíveis medidas que devem ser tomadas para que o sistema volte a operar na região factível.

Por outro lado, ao utilizar o método da otimização de passo na análise de sistemas na região infactível, apesar de não encontrarmos uma solução, pois a mesma de fato não existe,

encontramos valores que podem ser muito úteis. Isso ocorre pela maneira como o método foi desenvolvido.

Para se calcular o fator de otimização de passo, utiliza-se uma função que minimiza a soma do quadrado dos *mismatches* (seção 3.1). Se a demanda especificada da rede for maior que o máximo carregamento, o processo iterativo do método de Newton com otimização de passo leva a um ponto de operação sobre a fronteira de factibilidade. O multiplicador ótimo tende a zero, indicando que não há atualização de estado da rede que leve a diminuição da função custo. Desta forma, o processo iterativo é interrompido, mesmo com *mismatches* bem maiores que a tolerância, e a solução encontrada até o momento é dada como a melhor possível para o sistema.

Estes valores de *mismatches* encontrados no caso descrito acima constituem informações valiosas para o estudo de análise de segurança do colapso de tensão, pois eles nos ajudam a determinar quanta carga deve ser cortada para que o sistema volte à região factível.

A seguir serão mostrados testes realizados para dois sistemas de testes: um de duas barras, contendo um gerador (*slack*) e uma barra de carga, com carregamento base de 10 MW e 5 MVar, ligados por uma linha de transmissão. O outro sistema é IEEE de 30 barras. Estas simulações deixarão claro o comportamento do método da otimização de passo dentro da região infactível de um sistema.

As figuras 4.1(a) e 4.1(b) mostram a evolução da tensão e dos *mismatches* de potência, respectivamente, para a rede de 2 barras. As figuras 4.2(a) e 4.2(b) mostram a evolução das mesmas grandezas na barra 5 da rede de 30 barras. Já as figuras 4.3(a) e 4.3(b) mostram a evolução destas grandezas na barra 30 da referida rede.

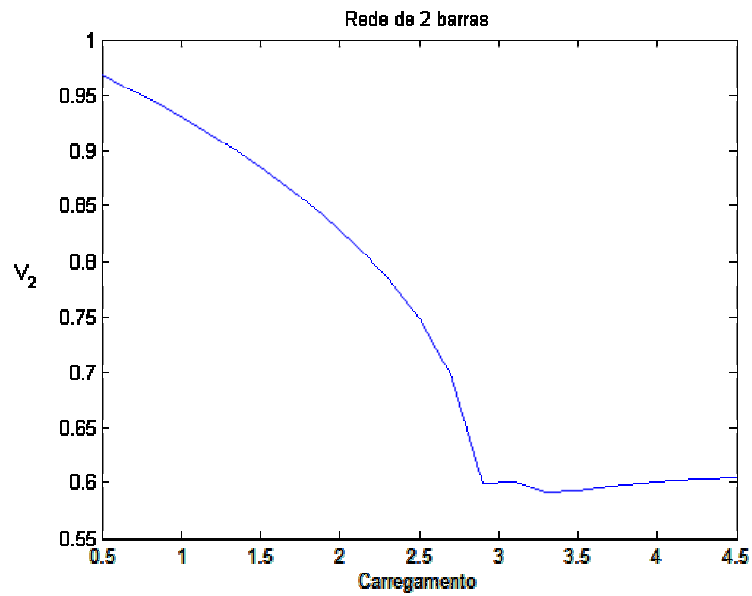


Figura 4.3(a): Evolução da tensão

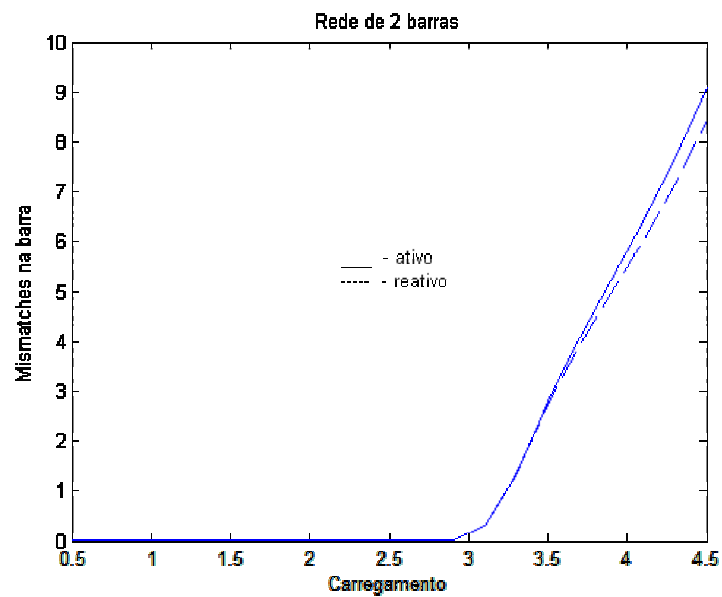


Figura 4.3(b): Evolução dos *mismatches*



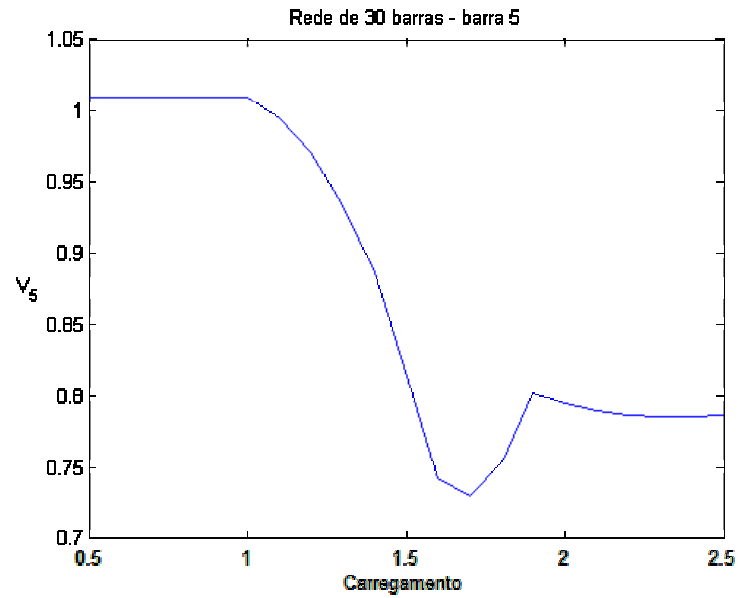


Figura 4.4(a): Evolução da tensão

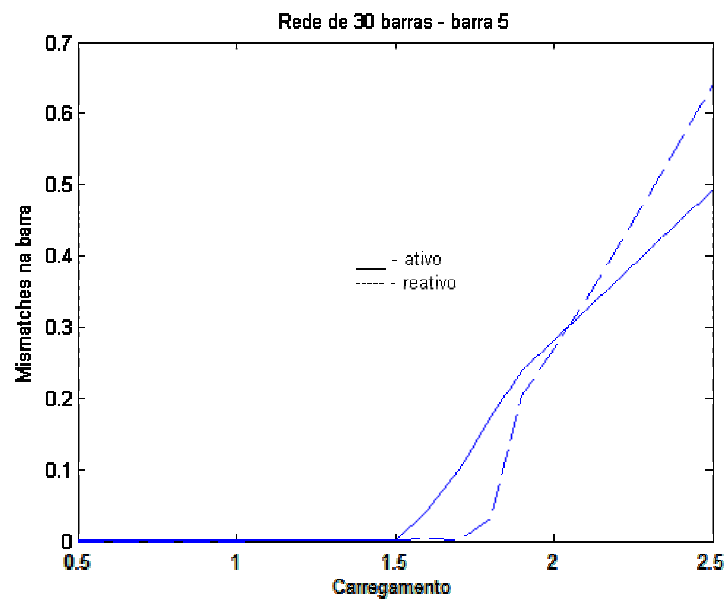


Figura 4.4(b): Evolução dos *mismatches*

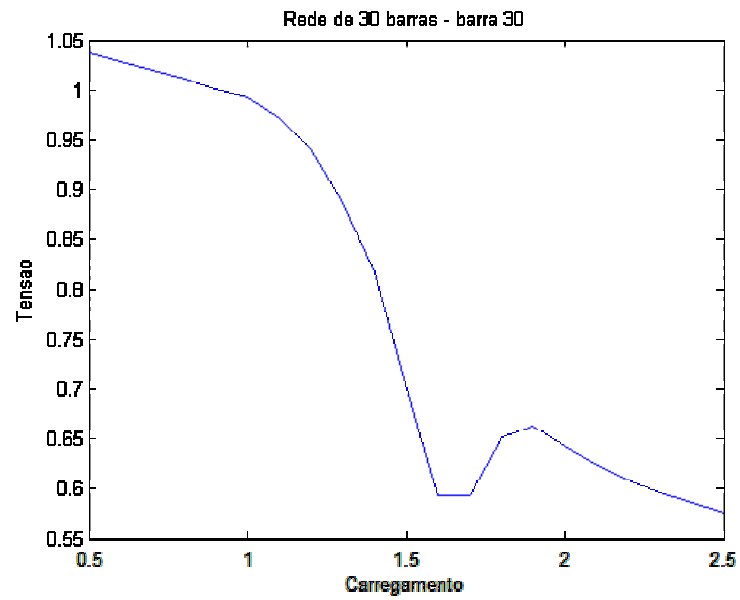


Figura 4.5(a): Evolução da tensão

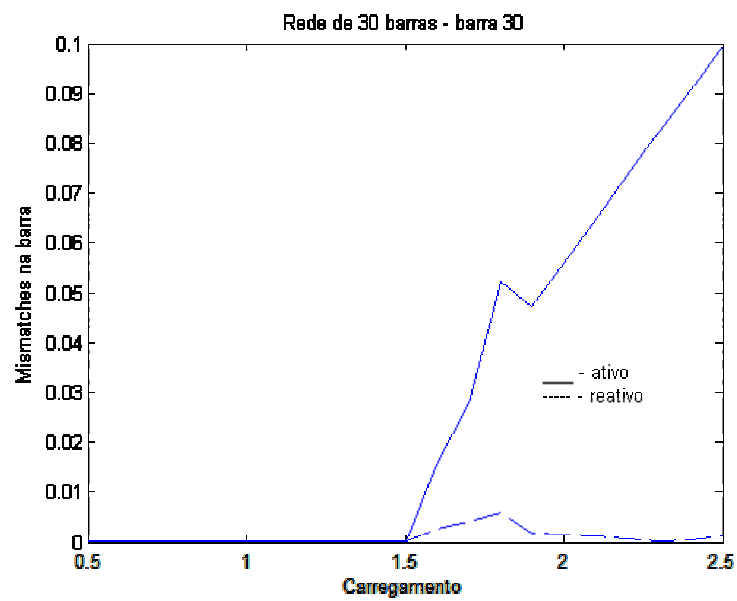


Figura 4.5(b): Evolução dos *mismatches*

Algumas diferenças entre o comportamento das duas redes devem ser observadas. Na rede de 2 barras, mais simples, o comportamento dos *mismatches* é praticamente linear, e o nível de tensão na região infactível mantém-se praticamente constante, estagnado na fronteira de factibilidade.

Já na rede de 30 barras observamos algumas variações tanto nos níveis de tensão quanto nos *mismatches*, para as duas barras analisadas. Um dos principais motivos para que isso ocorra, além do maior tamanho e complexidade da rede, é a presença de mais de um gerador, modelados como barra PV.

Estes geradores possuem limites físicos de geração de reativos, que são incorporados ao modelo. Quando estes limites são atingidos, gera-se descontinuidade nas curvas de tensão do sistema. Este fenômeno também é válido na região infactível, como podemos observar nas curvas acima. Ele afeta não os níveis de tensão mas também a variação dos *mismatches*, como também pode-se observar.

Comparando a variação dos *mismatches* das duas barras do mesmo sistema, observamos ainda que os *mismatches* reativos apresentam um comportamento menos linear e mais imprevisível que os ativos. Um dos motivos óbvios é que estão mais intimamente ligados ao limite de geração de reativos nas barras PV.

### **4.3 O cálculo da margem de segurança baseado em análise de sensibilidades**

Existem vários métodos para calcular a margem de segurança de um sistema elétrico com relação à estabilidade de tensão. O método que será apresentado aqui é um método iterativo que leva o sistema da condição de caso base para uma situação de carregamento máximo através de análise de sensibilidades, tendo sido apresentado em [12]. Neste método, um aumento gradual na

---

Margem de segurança ao colapso de tensão  
carga é realizado ao longo de uma direção pré-definida baseada na sensibilidade da carga em relação à injeção de potência reativa na barras de geração, conforme será mostrado.

Para encontrar a variação da injeção das barras de geração quando ocorre o aumento de carga, realiza-se uma linearização do sistema na região analisada, através de análise de sensibilidade, de acordo com a seguinte equação:

$$\Delta Q_{ji} = \frac{\partial Q_{ji}}{\partial q_i} \Delta q_i + \frac{\partial Q_{ji}}{\partial p_i} \Delta p_i \quad (4.2)$$

onde  $\Delta Q_{ji}$  representa a variação da injeção de potência reativa no gerador  $j$  quando se altera o carregamento na barra de carga  $i$ ,  $\frac{\partial Q_{ji}}{\partial q_i}$  e  $\frac{\partial Q_{ji}}{\partial p_i}$  representam as sensibilidades entre geração de potência reativa e carga, e  $\Delta q_i$  e  $\Delta p_i$  representam as variações de potência reativa e ativa, respectivamente, na barra  $i$ . Esta equação também pode ser escrita como:

$$\Delta Q_{ji} = S_{wp}(j, i_q) \Delta q_i + S_{wp}(j, i_p) \Delta p_i \quad (4.3)$$

onde  $S_{wp}$  representa a matriz de sensibilidade de geração de potência reativa com relação à variações de cargas em barras específicas.

Da mesma forma, se quisermos considerar as variações de injeção de todos os geradores da rede quando ocorre uma variação de carga na barra  $i$ , basta usar a seguinte equação:

$$\Delta Q_{gen} = \sum_{j=1}^{NG} S_{wp}(j, i_q) \Delta q_i + S_{wp}(j, i_p) \Delta p_i \quad (4.4)$$

onde  $NG$  representa o número total de geradores na rede.

A idéia básica do método proposto em [12] é aumentar gradualmente a carga desde o caso base até o ponto de máximo carregamento. Em cada passo, a carga é aumentada de forma que o gerador com menor disponibilidade de geração de potência reativa atinja seu limite. Sendo assim, chegamos à seguinte equação:

$$\Delta S_i = \min_j \left[ \frac{(Q_{Gj}^{\text{lim}} - Q_{Gj})}{S_{wp}(j)} \right], j = 1 \dots NG \quad (4.5)$$

onde  $\Delta S_i$  representa um acréscimo de carga na forma de potência ativa, reativa ou ambas. A idéia básica é realizar acréscimos no carregamento iterativamente até que o ponto de carregamento máximo seja atingido.

No entanto, ao fazermos isso podemos encontrar um problema, já que toda esta análise é baseada na linearização das equações do sistema. Os erros cometidos pela análise de sensibilidades aumentam junto com o carregamento do sistema. Em outras palavras, sistemas altamente carregados assumem um comportamento não-linear mais acentuado, e uma análise linear pode levar a erros maiores. Este comportamento fica evidente ao analisar uma curva PV de qualquer sistema.

Os erros cometidos são tais que o acréscimo de carga calculado utilizando análise de sensibilidades podem levar o sistema à região infactível. A solução encontrada para este problema em [13] foi o uso do método da otimização de passo para fornecer informações sobre o sistema quando este entrasse na região infactível, podendo assim atuar sobre o sistema para que ele volte à região factível.

Mais especificamente, o método utiliza os *mismatches* finais do fluxo de carga não convergido para indicar qual o ajuste de carregamento deve ser feito para que o sistema volte à

região factível. Em alguns casos, no entanto, isto pode levar várias iterações, constituindo a principal deficiência do método.

Em testes realizados com sistemas de grande porte, o método mostrou, em alguns casos, dificuldades para voltar à factibilidade, depois de entrar na região infactível, e falta de precisão, visto que as informações fornecidas pelos *mismatches* não foram suficientes para uma boa estimativa.

Uma grande deficiência do método é a maneira como a informação fornecida pelo método da otimização de passo é tratada quando se atinge um ponto infactível. Para um acréscimo de potência na barra  $i$ , apenas os *mismatches* da barra  $i$  são usados para trazer o sistema de volta à factibilidade. A redução no carregamento é definida como sendo igual ao *mismatch*. Apesar do aumento de carga ocorrer apenas na barra  $i$ , outros *mismatches* podem apresentar valores consideráveis, principalmente na vizinhança de  $i$ .

#### 4.4 Um método aperfeiçoado para o cálculo da margem de segurança

Em [14], é sugerida uma maneira mais eficiente de realizar a redução de carregamento descrita na seção anterior. A idéia é fazer com que o sistema volte para a região factível em um número mínimo de iterações. Para tanto, o seguinte problema de otimização é definido:

$$\begin{aligned} \min f(x, P_k) &= \frac{1}{2} \|\Delta s\|_2^2 = \frac{1}{2} \Delta s^T \Delta s \\ \text{sujeito a } g(x, P_k) &= 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde  $f$  é a função objetivo definida em termo dos *mismatches* de potência,  $x$  é o vetor de tensões (magnitudes e ângulos de fase),  $P_k$  e a injeção de potência variável na barra  $k$  e  $g$  corresponde às equações do fluxo de carga. A seguinte função Langrangeana é definida:

$$L(x, P_k, \lambda) = f(x, P_k) + \lambda^T g(x, P_k) \quad (4.7)$$

onde  $\lambda$ , neste caso, representa o vetor dos multiplicadores de Lagrange. Aplicando as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), descritas em [15], o corte de carga na barra  $k$  é dado por:

$$P_k^{novo} = P_k^{atual} - \frac{f(x, P_k)}{\Delta P_k} \quad (4.8)$$

onde  $\Delta P_k$  é o componente do vetor de *mismatches* de potência  $\Delta s$  que corresponde a potência ativa da barra  $k$ .

Ainda em [14], constatou-se que o corte de carga definido acima resulta em um processo muito lento. Considerando que o *mismatch* da potência ativa da barra  $k$  é muito maior que os outros elementos de  $\Delta s$ , temos:

$$\frac{f(x, P_k)}{\Delta P_k} \approx \frac{1}{2} \Delta P_k \quad (4.9)$$

que representa, de fato, um pequeno montante a ser cortado. Um fator de aceleração  $\alpha$  é então proposto, e a equação do corte de carga passa a ser a seguinte:

$$P_k^{novo} = P_k^{atual} - \alpha \frac{f(x, P_k)}{\Delta P_k} \quad (4.10)$$

onde

$$\alpha = 2 \frac{\Delta P_k}{\|\Delta s\|_2} \quad (4.11)$$

Substituindo temos:

$$P_k^{novo} = P_k^{atual} - \|\Delta s\|_2 \quad (4.12)$$

A equação acima é, então, a definitiva proposta neste método. Se novamente for feita a aproximação que o *mismatch* da potência ativa da barra  $k$  é muito maior que os demais, chegamos em:

$$\|\Delta s\|_2 \approx \Delta P_k \quad (4.13)$$

Neste caso, teríamos o mesmo corte proposto em [13]. Como os outros *mismatches* também podem ter valores significativos, o corte de carga na barra  $k$  será maior e o sistema atingirá a região factível em um número menor de iterações. Este mesmo padrão também pode ser usado caso a potência variável seja reativa.

A seguir, serão apresentadas as tabelas 4.1 e 4.2, apresentadas em [14], de simulações de máximo carregamento para o sistema de 904 barras, 1283 ramos, que corresponde a uma versão reduzida do sistema do sudoeste dos EUA. Nelas, será possível comparar a atuação dos métodos de [13] e [14], mostrando a superioridade do segundo. A tabela 4.1 mostra os resultados obtidos a partir do método proposto em [13] e a tabela 4.2 mostra os resultados obtidos em [14].



Margem de segurança ao colapso de tensão

Barra	$P^{\max}$ , MW	Fluxos de carga calculados	$P^{\max}$ , MW (esperado)
19	296.40	9	296.70
20	3046.83	6	2490.00
102	473.38	7	475.70
230	418.50	4	299.50
326	1230.37	7	1230.40
362	2747.71	4	2388.23
386	932.68	3	1250.81
505	1665.67	7	1686.83
654	308.76	4	278.50
722	916.68	4	921.50
823	1929.18	5	1843.50

Tabela 4.1: Resultados com o método proposto em [13]

Barra	$P^{\max}$ , MW	Fluxos de carga calculados	$P^{\max}$ , MW (esperado)
19	295.55	6	296.70
20	2481.76	5	2490.00
102	469.11	5	475.70
230	299.54	5	299.50
326	1215.85	4	1230.40
362	2356.24	5	2388.23
386	1246.77	5	1250.81
505	1678.12	6	1686.83
654	277.87	5	278.50
722	916.53	4	921.50
823	1843.67	6	1843.50

Tabela 4.2: Resultados com o método proposto em [14]

Para cada uma das tabelas, a primeira coluna mostra a barra onde ocorreu o aumento de carregamento, a segunda coluna mostra o valor de carregamento máximo para a barra encontrado pelo método utilizado, a terceira coluna mostra quantos processos iterativos tiveram que ser

Margem de segurança ao colapso de tensão

---

calculados pelo método para encontrar o carregamento máximo. A quarta coluna mostra o valor de carregamento máximo obtido utilizando o método da continuação, que não utiliza aproximações e portanto é mais preciso, apesar de mais lento.

Em ambos os casos mostrados nas tabelas 4.1 e 4.2, a volta à região factível se deu através da utilização de informações dos *mismatches* de potência quando a carga especificada era tal que o sistema estava na região infactível.

O método da otimização de passo, que foi originalmente desenvolvido para resolver problemas de mal condicionamento de redes, foi também usado com sucesso nesta aplicação, mostrando ser uma ferramenta útil na análise de redes com relação à estabilidade de tensão.

## Capítulo 5

### Conclusão

Este trabalho teve como um de seus principais objetivos confrontar duas linhas de pesquisa. Uma afirma que a pesquisa de algoritmos destinados à solução de redes mal condicionadas não era proveitosa, e que a análise da rede por meio de curvas PV obtidas a partir do método da continuação era suficiente para se analisar o problema [3]. A outra, defende que uso do método da continuação é uma abordagem válida, mas que existem outros métodos que podem ser mais adequados em determinadas situações [2].

Os resultados obtidos estudando a rede de 11 barras e 12 ramos mostraram a importância da aplicação de métodos como a otimização de passo. Analisando a evolução das grandezas durante o processo iterativo, fica nítido que a atuação do multiplicador de passo é essencial para que o sistema alcance a solução estável, em dois dos casos estudados.

Ao analisar a rede através de curvas PV, não conseguimos enxergar as deficiências encontradas pelo fluxo de carga convencional. A simples análise de uma dessas curvas poderia fazer com que as dificuldades fossem “mascaradas”. Além disso, a solução do método da continuação, para esta rede, depende de seus valores iniciais para convergir. O mesmo problema não é enfrentado ao se usar o método da otimização de passo.

Na análise da rede de 11 barras e 11 ramos, o método de Newton convencional não foi capaz de encontrar o estado correto da rede, para valores de carregamento menores que o

máximo. No entanto, o desempenho do método de otimização de passo não foi superior ao do convencional na análise desta rede.

Como foi mostrado, os problemas encontrados podem ser atribuídos a valores de *taps* pouco usuais, visto que quando estes são devidamente ajustados os desempenhos são satisfatórios. Por outro lado, poderíamos concluir que nenhum dos métodos foi suficientemente robusto, o que nos levaria a pensar que o desenvolvimento de um método ainda mais robusto poderia ser proveitoso.

Além disso, a análise destas duas redes nos leva a crer que altos valores de *condition number* não são o único motivo para que o fluxo de carga tenha dificuldades de convergência ou mesmo divirja dentro da região de factibilidade. Esses problemas podem não ter qualquer relação com estabilidade de tensão, mas sim estar relacionados a problemas numéricos, tais como proximidade entre soluções múltiplas ou valores de *taps* poucos usuais.

Estas dificuldades de convergência, causadas por problemas essencialmente numéricos, não podem ser devidamente analisadas através de curvas PV. A melhor estratégia encontrada para abordá-los, de acordo com os resultados obtidos neste trabalho, são métodos como o da otimização de passo.

Além disso, o desenvolvimento de novos métodos para o estudo das chamadas redes mal condicionadas, mesmo que estas não apresentem o mal condicionamento de fato tal qual este é definido matematicamente, pode ser proveitoso na medida em que podem trazer benefícios que não estavam previstos, assim como o método da otimização de passo, que foi desenvolvido com o intuito de analisar redes mal condicionadas, mas que se mostrou uma ferramenta extremamente poderosa na obtenção de informações sobre redes que se encontram na região infactível.

No capítulo 4, foram apresentados métodos para calcular a margem de segurança ao colapso de tensão. Todos eles são eficientes e atuais, sendo que os mais eficientes e robustos entre eles têm no método da otimização de passo um dos seus alicerces, o que mostra a versatilidade que um determinado método pode atingir.

Sendo assim, concluímos defendendo que a pesquisa de novos métodos para a análise de redes de difícil solução não deve ser abolida de forma alguma em detrimento do uso dos métodos de estabilidade de tensão. Os principais motivos para se defender este ponto de vista são:

- podem existir redes mal condicionadas.
- os métodos de otimização de passo atuais ainda podem ser melhorados para resolver problemas que eles ainda não resolvem.
- os métodos de otimização de passo podem ser úteis em outras análises, com as que envolvem análise de estabilidade de tensão e cálculo do ponto de máximo carregamento.

## Referências Bibliográficas

- [1] S. Iwamoto, Y. Tamura. A load flow calculation method for ill-conditioned power systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100 (4): 1736–1743, 1981.
- [2] L.M.C. Braz, C.A. Castro, C.A.F. Murari. A critical evaluation of step size optimization based load flow methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(1):202–207, 2000.
- [3] Y. Wang, L.C.P. da Silva, W. Xu, Y. Zhang. Analysis of ill-conditioned powerflow problems using voltage stability methodology. *IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*, 148(5): 384-390, 2001
- [4] H. Chiang, A.J. Flueck, K.S. Shah, N. Balu. CPFLOW: A practical tool for tracing power system steady-state stationary behavior due to load and generation variations. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(2):757–763, 1994.
- [5] M.M.M. El-Arini. Decoupled power flow solution method for well-conditioned and ill-conditioned power systems. *Proceedings IEE – C*, 140(1):7–10, 1993.
- [6] S.C. Tripathy, G.D. Prasad, O.P. Malik, G.S. Hope. Load-flow solutions for ill-conditioned power systems by a newton-like method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(10):3648–3657, 1982.
- [7] Y. Wang, L.C.P. da Silva, W. Xu. Investigation of the relationship between ill-conditioned power flow and voltage collapse. *IEEE Power Engineering Review*, pages 43–45, July 2002.

- [8] Golub, G.H. and Van Loan, C.F.: Matrix Computations (Johns Hopkins University Press, 1983), 1<sup>st</sup> edn.
- [9] M. Dehnel, H.W. Dommel. A method for identifying weak nodes in nonconvergent load flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, 4(2), 1989.
- [10] B. Stott, comunicação pessoal
- [11] Braz, Luciana Maria Coelho; *Um novo método de solução para o fluxo de carga com otimização de passo*. Campinas: Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação da UNICAMP, 1997. 109p. (Tese, Mestrado em Engenharia Elétrica)
- [12] Flatabo, N., Ognedal, R., and Carlsen, T.: Voltage stability condition in a power transmission system calculated by sensitivity methods, *IEEE Transactions on Power Systems*, 1990, 5, (4), pp. 1286-1293
- [13] Tognete, Adriana Luiza; *Um novo método de cálculo de margem de segurança ao colapso de tensão utilizando análise de sensibilidade*. Campinas: Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação da UNICAMP, 1997. 68p. (Tese, Mestrado em Engenharia Elétrica)
- [14] Zarate, L.A.Ll., and Castro, C.A.: Fast method for computing power system security margins to voltage collapse, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol.151, No. 1, January 2004, pp. 19-26
- [15] Luenberger, D.G., Linear and nonlinear programming, (Addison-Wesley, Reading, MA, 1984)
- [16] Overbye, T.J., A power flow measure for unsolvable cases, *IEEE Transactions on Power Systems*, 1994, 9, (3), pp. 1359-1365

- [17] B. Stott, Review of load-flow calculation methods, Proceedings of the IEEE, vol.62, n.7, 1974.
- [18] W.F. Tinney, C.E. Hart, Power flow solution by Newton's method, IEEE Trans. on Power App. Syst., vol. PAS-86, 1967.
- [19] Expósito, A.G. and Ramos, E.R.: Reliable power flow technique for radial distribution networks, *IEEE Trans. on Power Systems*, 1999, **14**, (3), pp. 1063-1068
- [20] Castro, C.A., Fontana, E.R., Silva, L.C.P., Quintela, A.S.: *Desenvolvimento de uma ferramenta computacional para análise de segurança de redes de transmissão de energia elétrica com relação a estabilidade de tensão*, Relatório Convênio CTEEP/Funcamp/UNICAMP, 2004



# Apêndice A

## Descrição da rede de 11 barras e 11 ramos

Esta rede foi fornecida via *e-mail* pelo Dr. Brian Stott, da Nexant PCA, ao Prof. Dr. Carlos A. Castro, da Universidade de Campinas (UNICAMP), orientador deste trabalho.

Dados de barras:

Barra	tipo	V (pu)	$\theta$	P (MW)	Q (MVAr)	B <i>shunt</i>
1	<i>slack</i>	1,024	0,0			
2	carga					
3	carga			12,8	6,2	
4	carga					
5	carga			16,5	8,0	
6	carga			9,0	6,8	
7	carga					
8	carga					
9	carga			2,6	0,9	
10	carga					
11	carga			15,8	5,7	0,044

Tabela A.1: Dados de barras

Dados de ramos:

De	Para	R	X	B shunt	tap
1	2		0.258		0.94
1	2		0.105		0.95
4	5		0.476		0.965
4	6		0.018		0.98
7	8	0.193	0.258	0.002	0.84
8	9	0.095	0.950		0.76
10	11	0.035	0.350		0.76
2	3		0.154		
3	5	0.296	0.346	0.0002	
3	5	0.198	0.364	0.0002	
2	4	0.098	0.084	0.0005	
2	4	0.059	0.078	0.0006	
4	7	0.611	0.812	0.0065	
8	10	0.410	0.560	0.0042	

Tabela A.2: Dados de ramos

Diagrama unifilar da rede:

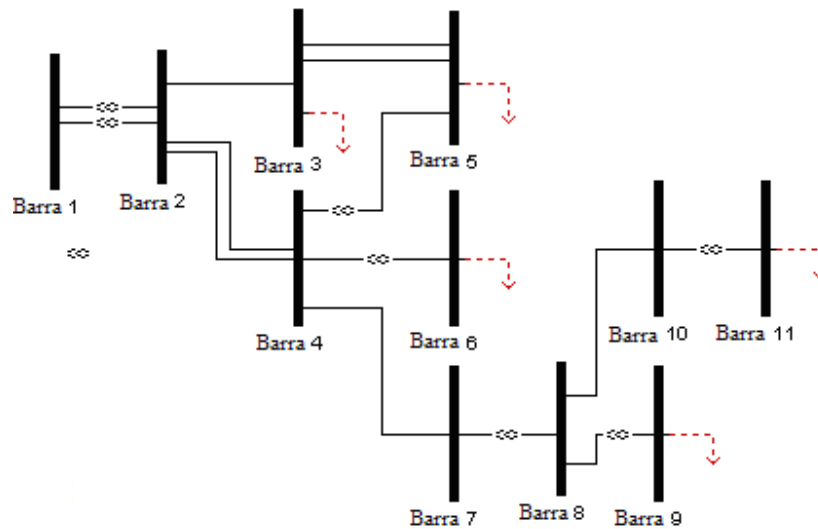


Figura A.1: Diagrama unifilar